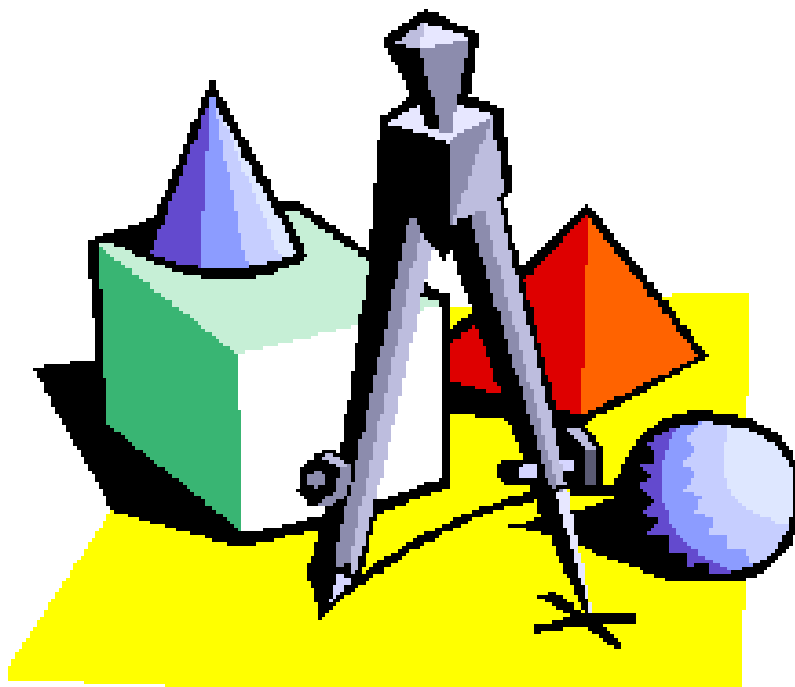


ТРОСТЯНЕЦЬКА РАЙОННА ДЕРЖАВНА АДМІНІСТРАЦІЯ
ВІДДІЛ ОСВІТИ

РАЙОННИЙ МЕТОДИЧНИЙ КАБІНЕТ

БІБЛІОТЕКА ПЕДАГОГА



ФОРМУВАННЯ ТВОРЧОЇ ОСОБИСТОСТІ В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ

ІНФОРМАЦІЙНО-МЕТОДИЧНИЙ ЗБІРНИК
Випуск 11

м. Тростянець
2010

Шановні читачі!

До інформаційно-методичного збірника «Формування творчої особистості в процесі вивчення математики» увійшли науково - методичні статті, розробки нестандартних уроків, позакласних заходів, програми спецкурсів та факультативів, матеріали по підготовці учнів до участі в Всеукраїнських учнівських олімпіадах, які сприяють розвитку творчого потенціалу школярів.

Сподіваємось, що матеріали збірника стануть вам у нагоді та сприятимуть розвитку вашої самоосвіти.

Ніякої достовірності нема в науках там, де не можна застосувати хоча б одну з математичних наук, і в тому, що не має зв'язку з математикою.

Леонардо да Вінчі

Упорядник: Назаренко Н.В., методист районного методичного кабінету відділу освіти Тростянецької райдержадміністрації

Комп'ютерна верстка та дизайн: Дудка І.С., методист з інформаційно-видавничої діяльності інформаційно-методичного центру районного методичного кабінету

Використано матеріали:

bankreferatov.com.ua

uk.wikipedia.org

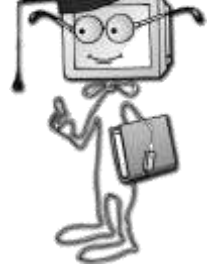
ukrref.com.ua

www.donnu.edu.ua

Надруковано в інформаційно-методичному центрі районного методичного кабінету відділу освіти Тростянецької райдержадміністрації.

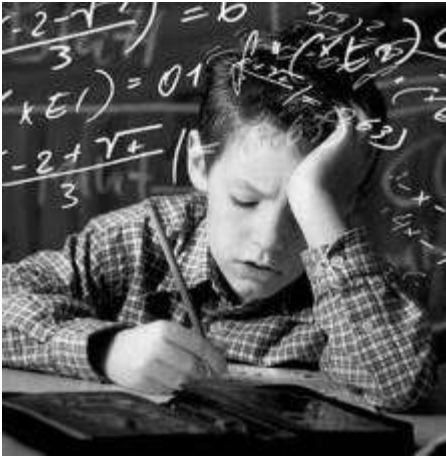
Тираж: 30 примірника

ЗМІСТ



❖	Формування творчої особистості учня в процесі навчання математики	4
	Властивості творчої особистості	4
	Методика формування творчої особистості при вивченні математики..	6
❖	Роль гри та нестандартних уроків у підвищенні інтересу учнів до вивчення математики	10
❖	Реалізація міжпредметних зв'язків на уроках математики	12
❖	Незвичайні творчі вправи до уроків математики	13
❖	Розвиток творчих здібностей учнів на уроках математики	15
❖	Методи розв'язання нестандартних задач	20
❖	Психологічні аспекти розвитку математичних здібностей учнів	22
	Вступ.....	22
	Проблема здібностей в психології.....	23
	Розвиток творчих здібностей на уроках математики.....	26
	Поняття математичних здібностей та їх структура.....	26
	Психологічний аналіз учбових задач.....	29
	Проблемні задачі як засіб розвитку творчих здібностей учнів.....	32
	Побудова нестандартних уроків як акцентуація розвитку творчих здібностей.....	34
	Висновки.....	35
	Література	36
❖	Програми спецкурсів та курсів за вибором в 5-11 класах	78
❖	Нестандартні уроки з математики	78
	1. Конспект уроку з математики для учнів 7 класу	82
	2. Позакласний захід для учнів 6 – 8 класу	91
❖	З досвіду роботи вчителя-методиста Тростянецької СШ І-ІІ ступенів № 2 Батуринець Л.К.....	91

ФОРМУВАННЯ ТВОРЧОЇ ОСОБИСТОСТІ УЧНЯ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ



Властивості творчої особистості

Проблема творчості в наші дні стала настільки актуальною, що вона по праву вважається проблемою століття.

Школа покликана якомога раніше виявити якості творчої особистості в учнів, і розвивати їх у всіх школярів, зважаючи, звичайно, на те, що діти народжуються з різними задатками творчості. Водночас більшою мірою потрібно дбати про розвиток творчої особистості у здібних та обдарованих учнів.

Для того, щоб формувати творчу особистість у процесі навчання математики були виділені такі основні властивості творчої особистості:

- ✓ сміливість думки, схильність до ризику;
- ✓ фантазія;
- ✓ уявлення і уява;
- ✓ проблемне бачення;
- ✓ вміння долати інерцію мислення;
- ✓ здатність виявляти суперечності;
- ✓ вміння переносити навчальні досягнення і досвід у нові ситуації;
- ✓ незалежність;
- ✓ альтернативність;
- ✓ гнучкість мислення;
- ✓ здатність до самоуправління.

Творча особистість, на думку В.Андрєєва, - це такий тип особистості, для якого характерна стійка, високого рівня спрямованість на творчість, мотиваційно-творча активність, що проявляється в органічній єдності з високим рівнем творчих здібностей, які дозволяють їй досягти прогресивних, соціально та особисто значущих результатів у одній або кількох видах діяльності.

Творчі здібності особистості - це синтез її властивостей і рис характеру, які характеризують ступінь їх відповідності вимогам певного виду навчально-творчої діяльності і які обумовлюють рівень результативності цієї діяльності.

В.Крутецький виділяє такі компоненти математичних здібностей:

1) здібність до формалізації математичного матеріалу, до відділення форми від змісту, абстрагування від конкретних кількісних відношень і просторових форм та оперування формальними структурами відношень і зв'язків;

2) здібність узагальнювати математичний матеріал, вичленувати головне, відволікатися від неістотного, бачити загальне у зовні різному;

3) здібність до оперування числовою і знаковою символікою;

4) здібність до «послідовного, правильно розчленованого логічного міркування» (А.Колмогоров. О професии математика, изд 3, изд-во МГУ, 1959, с. 10), пов'язаного з потребою в доведеннях, обґрунтуванні, висновках;

5) здібність скорочувати процес міркувань, мислити згорнутими

структурами;

6) здібність до зворотності процесу мислення (переходу з прямого на обернений хід думки);

7) гнучкість мислення, здібність до переключення від однієї операції до другої, звільнення від впливу шаблонів і трафаретів, що сковує. Ця особливість мислення важлива у творчій роботі математика;

8) математична пам'ять. Можна припустити, що її характерні особливості також впливають з особливостей математичної науки, що це пам'ять на узагальнення, формалізовані структури, логічні схеми;

9) здібність до просторових уявлень і уяви, яка прямим чином пов'язана з наявністю такої галузі математики, як геометрія (особливо геометрія у просторі).

Творчі здібності самі по собі не гарантують творчих здобутків. Для їх досягнення необхідний «двигун», який запустив би в роботу механізм мислення, тобто необхідні бажання і воля, потрібна «мотиваційна основа».

Можна розглянути інтелектуально-евристичні здібності особистості, які включають:

1. Здібності генерувати ідеї, висувати гіпотези, що характеризує інтелектуально-евристичні властивості особистості в умовах обмеженої інформації, прогнозувати розв'язання творчих задач, інтелектуально вбачати і висувати оригінальні підходи, стратегії, методи їх розв'язання. Критерієм оцінки є кількість ідей, гіпотез, що висувається особистістю за одиницю часу, їх оригінальність, новизна, ефективність для розв'язання творчої задачі.

2. Здібність до фантазії. Це найбільш яскраве виявлення творчої уяви, створення інколи неправдоподібних, парадоксальних образів і понять. Критерієм оцінки є яскравість і оригінальність образів, новизна, значимість фантазії, що виявляється при розв'язуванні творчих задач.

3. Асоціативність пам'яті, здібність відображати і встановлювати в свідомості нові зв'язки між компонентами задачі, особливо відомими і невідомими за схожістю, суміжністю, контрастом. Критерієм оцінки є кількість асоціацій за одиницю часу, їх оригінальність, новизна, ефективність для розв'язання задачі.

4. Здібність бачити протиріччя і проблеми. Критерієм оцінки є кількість розкритих протиріч, сформульованих проблем за одиницю часу, їх новизна й оригінальність.

5. Здібність до переносу навчальних досягнень, умінь у нові ситуації характеризує продуктивність мислення. Критерієм оцінки є широта переносу (внутрішньооб'єктний - близький, міжпредметний - дальній), ступінь ефективності переносу навчальних досягнень і умінь для розв'язування творчих задач.

6. Здібність відмовлятися від нав'язливої ідеї, перебороти інерцію мислення. Критерієм оцінки є ступінь швидкості переключення мислення на новий спосіб розв'язання творчої задачі, гнучкість мислення в пошуку нових підходів до аналізу протиріч, що виникають.

7. Незалежність мислення характеризує здібність не слідувати бездумно загальноприйнятій точці зору, бути вільним від думки авторитетів, мати свою точку зору. Критерієм оцінки є гнучкість та інверсія мислення, ступінь незалежності власної думки від думки інших.

8. Критичність мислення - це здібність до оціночних суджень, вміння правильно оцінити процес і результат власної творчої діяльності та діяльності інших, вміння знаходити власні помилки, їх причини і причини невдач. Критерієм оцінки є об'єктивність критеріїв оціночних суджень, а також ефективність виявлення причин своїх помилок і невдач.

У методиці навчання математики і в шкільній практиці існує думка, що треба оберегати учнів від помилок, щоб вони їх не запам'ятовували і менше допускали. З психологічної точки зору з цією думкою можна погодитися лише відносно матеріалу, який засвоюється здебільшого на основі механічної пам'яті. Оскільки більшість математичного матеріалу спирається в основному на словесно логічну пам'ять, то помилок, пов'язаних з пошуком шляху розв'язання, не слід боятися, якщо своєчасно звернути на них увагу і добитися розуміння причин, що їх породили.

Учні, які навчаються лише на позитивних прикладах, більш схильні до поспішних висновків, у них менш розвинене критичне мислення. Крім того, боязнь помилитися гальмує активність мислення, стримує політ творчої фантазії і розвиток уяви.

Досвід багатьох вітчизняних та закордонних педагогів свідчить про вірогідність успішного формування у школяра якостей творчої особистості.

Для цього учням варто надавати максимум можливостей для випробування себе в творчості, причому починати треба з найпростіших завдань. Навчання творчості має відбуватися в першу чергу і в основному на програмному матеріалі з математики, а в разі потреби і на спеціально побудованій системі задач. Засвоюючи досвід творчої діяльності, характерні для неї процедури, учні набувають здібності видозмінювати ті стереотипи мислення, яким вони вже навчилися, вчать відмовлятися від стереотипів, конструювати нові підходи до осмислення раніше засвоєного або нового змісту.

Методика формування творчої особистості при вивченні математики



Розглянемо методичну систему навчання математики, в процесі якої формується і розвивається творча особистість учнів. Як і в будь-якій методичній системі доцільно виділити п'ять компонентів: цілі, зміст, методи і прийоми, організаційні форми і засоби навчання. Цілі формування і розвитку творчої особистості ми розглянули в попередньому пункті. Зміст навчального матеріалу становить теоретичний матеріал і система вправ, передбачених програмою, підручниками та спеціальна система прикладів і задач, які сприяють розвитку творчості учнів і які називають творчими.

Творчою задачею називають таку, яка або вся в цілому є новою, або ж, меншою мірою, містить значну новизну, що і зумовлює значні розумові зусилля, спеціальний пошук, знаходження нового способу її розв'язання.

На початкових етапах організації навчально-творчої діяльності найефективнішими виявляються методи проблемного навчання як дидактичної системи. Проблемний виклад, який здійснює сам учитель, навчає учнів способам мислення при розв'язуванні поставлених проблем. Частково-пошуковий метод або евристична бесіда залучає учнів до самостійного відкриття способу доведення теореми або розв'язання задачі. При цьому важливі характер і форма питань, які вчитель пропонує учням. Аналіз шкільної практики показує, що взагалі 99% питань, які пропонують учням, вимагають лише відтворення матеріалу підручника, хоч і такі питання потрібні, коли здійснюють контроль стану засвоєння вивченого навчального матеріалу. Зрозуміло, що під час евристичної бесіди складніші питання доцільно пропонувати добре встигаючим учням, не позбавляючи можливості відповісти при бажанні будь-якого учня. Простіші питання слід пропонувати слабкішим учням, щоб залучити їх до процесу колективного пошуку доведення теореми чи розв'язання складнішої задачі.

Один із психологічних принципів розвиваючого навчання стверджує необхідність систематично розвивати як алгоритмічні, так і евристичні прийоми розумової діяльності. Переважна кількість способів діяльності, які передбачено програмою з математики, належить до алгоритмічного типу. Але недоцільно йти шляхом пропонування учням тільки готових правил, алгоритмів. Доцільно на прикладах розв'язання двох-трьох задач, прикладів або доведень математичних тверджень організовувати колективний пошук правила, алгоритму чи евристичної схеми розв'язання, методу або способу доведення.

Що стосується евристичних прийомів розумової діяльності, то найефективнішим з них є «аналіз через синтез», введений С.Л. Рубінштейном.

У 30 - 40-ві роки ХХ ст. було розроблено нові евристичні методи творчої діяльності: «мозкової атаки», або «мозкового штурму», синектики, морфологічного аналізу, метод фокальних об'єктів, які ставили за мету позбутися методу проб і помилок, що був неефективним і надзвичайно громіздким.

Розглянемо основні з цих методів:

1) Колективна «мозкова атака» (або «метод мозкового штурму», або брейнстормінг). Цей метод було запропоновано американським ученим А.Осборном як покращений варіант евристичного діалогу Сократа. Його використовують в умовах групових форм навчання, причому найоптимальнішими вважають групи від 7 до 13 осіб.

Винахідники та експериментальне навчання в школі свідчать, що колективно генерувати ідеї ефективніше, ніж індивідуально.

У шкільній практиці активізація навчально-творчої діяльності часто стримується через побоювання учнів помилитися і бути підданими критиці. Заважає також жорсткий стиль керівництва, тиск думок авторитету вчителя або здібних товаришів, відсутність позитивних емоцій.

«Мозковий штурм» як колективний метод генерування ідей при розв'язанні творчих задач ставить за мету зібрати якнайбільше різноманітних ідей. Щоб усунути негативні моменти традиційного колективного навчання, вводять принципи і правила цього методу: абсолютна заборона критики ідей, запропонованих учасниками «мозкового штурму», схвалення усіх можливих реплік, жартів. Керівник дискусії повинен уміло спрямовувати її хід, вдало ставити

стимулюючі запитання, при потребі підказувати, використовувати репліки. Перевага віддається гетерогенним (різнорівневим) групам. «Мозковий штурм» може продовжуватися від 15 хв. до 1 год. Відбір ідей здійснюють спеціалісти, експерти, які оцінюють ідеї у два етапи: спочатку із загальної кількості відбирають найраціональніші і найоригінальніші, а потім з урахуванням специфіки задачі і мети її розв'язання.

Отже, метод «мозкового штурму» активізує творчу думку при виконанні чотирьох правил:

- ✓ виключається критика, можна висловлювати без побоювання будь-яку думку;
- ✓ заохочується будь-яке вільне асоціювання: чим більш дикою здається ідея, тим краще;
- ✓ кількість ідей, які висувають, повинна бути якомога більшою;
- ✓ дозволяється як завгодно комбінувати висловлені ідеї, видозмінювати їх, тобто «покрещувати» ідеї, що висунуті іншими членами групи.

2) Сутність методу синектики, запропонованого І.Гордоном як метод творчої діяльності, полягає в тому, щоб глибоко вивчити проблему і звикнути до неї, тобто зробити незнайоме знайомим, а від звичного відмовитись.

Вона ґрунтується на послідовному застосуванні чотирьох видів аналогій: прямої (як розв'язують схожі задачі), особистої (уявляючи себе на місці об'єкта, що змінюється), символічної (у вигляді короткої образної назви задачі) і фантастичної аналогії (з використанням казкових персонажів).

3) Морфологічний аналіз як метод розв'язування творчих задач був запропонований Цвіккі. Сутність його полягає в тому, що враховують параметри будь-якого об'єкта - потужність, швидкість, вид руху, освітленість, спосіб обігрівання, охолодження, геометричні розміри тощо. Ці параметри - морфологічні осі - можуть по-різному варіюватися для різних випадків. Виписані можливі варіанти морфоосей і зведені разом формують морфологічний ящик. Нова конструкція може виявитися прогресивною, оскільки одержуємо стискування різних випадкових параметрів морфоосей.

4) При використанні методу фокальних об'єктів (автор Цвіккі), який пізніше був розвинений американським дослідником Вайтінгом, властивості навімання відібраних слів переносять на ключовий об'єкт, який знаходиться ніби у фокусі цих властивостей.

У творчій діяльності використовують також прийоми, які сприяють розв'язанню складної, нестандартної задачі або проблеми.

1. Запитання. Сутність цього прийому полягає в тому, щоб сформулювати якомога більше запитань, що стосуються даної задачі або проблеми, і спробувати знайти відповіді на них. Сократ перший зазначив, що «запитання є повивальною бабкою, що допомагає народитися новій думці».

2. Відстрочка. Якщо знайти розв'язання задачі не вдається, треба відкласти її і зайнятися чимось іншим. Через деякий час варто повернутися до задачі, і спосіб розв'язання може бути знайдено.

3. Фіксація. Важливо завжди і за будь-яких умов мати при собі засіб для запису думки, що майнула.

Завдання, які розвивають творчі здібності учнів, за складністю можна

класифікувати умовно, оскільки одне й те саме завдання для одного учня може виявитися важким, а для іншого - легким. Водночас розбиття їх за характером завдань може виявитися корисним для правильного визначення місця і форми роботи з ними.

Одну з класифікацій пропонує П.Ю.Германович.

1. Запитання й усні вправи на обчислення і перетворення, близькі за змістом і трудністю до звичайних усних вправ. Місце роботи - урок.

2. «Некнижкові» запитання з теоретичного матеріалу і різноманітні усні і напівсні вправи дещо підвищеної складності. Можливі форми використання:

- ✓ додаткові завдання в звичайних класних контрольних роботах;
- ✓ тематичні вікторини на заняттях математичного гуртка;
- ✓ усна олімпіада або мішана вікторина - на математичному вечорі.

3. Задачі на кмітливість (включаючи сюди і деякі з «некнижкових» запитань і окремі вправи). Простіші з них можуть бути використані:

✓ у вигляді факультативної частини звичайних домашніх завдань (особливо при тематичному збігу з розділами програми, які вивчають і при відсутності математичного гуртка);

- ✓ у вигляді додаткових завдань до класної контрольної роботи;
- ✓ у розділі «Задачі» математичної газети;
- ✓ на заняттях математичного гуртка в умовах звичайного письмового розв'язання задач.

Найскладніші, нестандартні задачі використовують:

✓ як частину домашніх завдань, які пропонують до наступних занять гуртка;

✓ при підготовці до олімпіад різного рівня. На заняттях гуртка, факультативу;

✓ у розділі «Задачі» шкільної математичної газети. Тільки врахування комплексу психолого-педагогічних і методичних умов і вимог, які сприяють формуванню і розвитку творчої особистості учня у процесі навчання математики, може забезпечити досягнення поставлених цілей і задач.

РОЛЬ ГРИ ТА НЕСТАНДАРТНИХ УРОКІВ У ПІДВИЩЕННІ ІНТЕРЕСУ УЧНІВ ДО ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ

Учитель відбувся тоді, коли він хоче йти на роботу і, незважаючи на альтернативу, не змінює професію, коли він бачить у дітях, яких навчає і виховує, результат. Кожен учитель має нести відповідальність за те, якими учні вийшли з його уроку. Тобто після уроку в учнів не повинна згаснути жага до знань і любов до життя. На уроці учень має здобувати знання і вчитися ними оперувати, витрачаючи на це лише частку своїх сил. Якщо учень протягом уроку працював - вчився встановлювати взаємозв'язки між явищами та предметами, пояснювати, аргументовано відтворювати засвоєне, публічно захищати свою думку, гідно відповідати опоненту, і при цьому не втрачати віру в себе, то урок не пройшов для неї даремно.



Відомо, що діти йдуть до школи за спілкуванням з друзями, з учителем. Найбільшу радість і задоволення вони отримують від роботи на уроці, що дозволяє відкрити себе і свої задатки, здібності тощо. Очі дітей загораються у той момент, коли їх навчають чомусь значному, важливому в житті, а не для отримання оцінок.

Розкрити особистість учня можливо, якщо учитель йтиме на урок не тільки зі знанням навчального матеріалу, методів і прийомів навчання, набором красивих задач і вмінням їх майстерно розв'язувати, а й із різноманітними і цікавими способами і прийомами організації праці учнів.

З одного боку, перед кожним вчителем стоїть мета – навчити учня оперувати математичними поняттями, використовувати навчальні.

Багато традиційних методів викладання на сьогоднішній день досягнення при розв'язуванні прикладних задач.

Багато традиційних методів викладання на сьогоднішній день малоефективні і не допомагають розвивати інтерес до вивчення математики. Ігрові методи і форми навчання суттєво відрізняються від традиційних тим, що дають змогу учню безпосередньо стати учасником ситуації чи події.

Взагалі, майбутнє за системою навчання, що вкладається в схему «учень-технологія-учитель», за якої викладач перетворюється на педагога-методолога, а учень стає активним учасником процесу навчання. Саме технології відводиться провідна роль у оволодінні знаннями.

Розвиток науки і техніки дав учителям і учням нові форми комунікації, нові типи вирішення абстрактних і конкретних завдань, нові технології навчання. У глосарії ЮНЕСКО «педагогічна технологія» трактується як конструювання та оцінювання освітніх процесів шляхом врахування людських, часових та інших ресурсів для досягнення ефективності освіти.

Процес навчання потребує напруженої розумової роботи дитини і її власної активної участі в цьому процесі. Пояснення і демонстрація, самі по собі, ніколи не дадуть справжніх, стійких знань. Цього можливо досягти тільки за допомогою інтерактивного навчання.

Умовна класифікація технологій інтерактивного навчання наступна:

- ✓ інтерактивні технології кооперативного навчання;
- ✓ інтерактивні технології колективно-групового навчання;
- ✓ ситуативне моделювання;
- ✓ опрацювання дискусійних питань.

Саме до технологій ситуативного моделювання відносять гру. У західній дидактиці поступово відходять від терміна «гра» і вживають поняття «симуляція», «імітація».

Навчально-ігрове спілкування несе на собі велике навантаження, оскільки виконує наступні функції:

- ✓ виховну - розкривається почуття колективізму, сміливості, рішучості, виховуються морально-етичні якості;
- ✓ пізнавальну - розвиток пізнавальної активності, збагачення навчальних досягнень новою інформацією;
- ✓ гедонічну - переживаються раніше невідомі почуття, формується оптимальний життєрадісний настрій;
- ✓ компенсаторну - через гру знімається психогенне і фізичне напруження, підвищується загальний тонус, з'являється почуття розкнутості.

Тому ділові та імітаційні ігри знаходять широке застосування у найрізноманітніших сферах діяльності: економіці, політиці, екології, міському плануванні, освіті.

Завдяки педагогічному моделюванню визначається ігрова форма й вид гри, відповідно до навчального матеріалу вибираються методи і прийоми, способи і засоби, що стимулюють навчання, тобто формують цілі, мотиви і сприяють вирішенню дидактичних завдань. При цьому учитель має змогу постійно здійснювати контроль, корекцію та оцінку пізнавальної діяльності учнів. Гра відображає зміст навчального матеріалу, що складає предмет діяльності, враховує вікові особливості учня.

Розглядаючи навчально-ігрову діяльність як процес навчання, можна зробити висновок:

- ✓ ігрова діяльність - це багатокomпонентна цілісна система;
- ✓ спосіб досягнення цілей і розвиток особистості учнів відбувається завдяки особистісно-мотиваційній діяльності;
- ✓ пізнавальна діяльність, що розгортається на основі гри, має свій предмет і спрямована на конкретні цілі й результати;
- ✓ результат ігрового навчання досягається в процесі поетапного вирішення системи проблемних завдань;
- ✓ завдяки ігровій діяльності формуються комунікативні дії учнів між собою та вчителем, підвищується рівень естетико-етичного боку навчання;
- ✓ зростає інтерес до вивчення предмета.

РЕАЛІЗАЦІЯ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Математика є одним із опорних предметів загальноосвітньої школи, які забезпечують вивчення дисциплін, перш за все предметів природничого циклу.

Інтеграція природознавчих наук направлена на координацію зусиль різних учених спеціалістів для пізнання єдиного наукового предмета.

Велику роль в інтеграції сучасного наукового природознавства відіграє математизація наук про природу. Математика розповсюджується, завойовуючи все нові й нові області знань, інтенсивно проникає в потаємні куточки наук, допомагає розв'язувати навіть ті задачі, які раніш здавалися недосяжними. Особливо ефективно ця роль математики може бути реалізована в галузі наукового природознавства, тому що всі тіла, процеси, явища природи володіють кількісними та якісними характеристиками, які знаходяться в діалектичній єдності.

Засвоєння змісту навчальних дисциплін природничого циклу може позитивно вплинути на учнів, якщо здійснювати цю задачу шляхом реалізації міжпредметних зв'язків. Міжпредметні зв'язки являють собою відображення у змісті навчальних дисциплін тих діалектичних взаємозв'язків, які об'єктивно діють у природі і пізнаються сучасними науками.

Міжпредметні зв'язки - це дидактична умова, яка сприяє підвищенню науковості та посиленості навчання, значному посиленню пізнавальної діяльності учнів, поліпшенню якості їх знань.

Міжпредметні зв'язки обумовлюють:

- ✓ поглиблення та розширене сприйняття учнями фактичних даних;
- ✓ ефективне формування наукових поглядів;
- ✓ свідоме засвоєння теорії, яку вивчає кожна дисципліна природничого циклу.

Зв'язки математики та фізики, хімії, біології, географії мають місце у тому випадку, коли на уроках математики вивчають поняття, які потім застосовуються в конкретних ситуаціях на уроках з цих предметів. Зв'язки математики і природознавчих наук відбуваються у таких напрямках:

1) деякі поняття цих наук ілюструють закономірності, які вивчають у курсі математики;

2) на уроках фізики, хімії та інших предметів з'являється потреба в математичних знаннях;

3) у вивченні фізики, хімії, біології, географії здійснюється закріплення математичних знань, з'являється можливість застосування їх на практиці.

Так у 5-6 класах на уроках математики вивчають дії з раціональними числами. Вміння виконувати ці дії необхідні при розв'язанні задач на уроках фізики, хімії, деяких тем з географії. Тому доцільно вже в 5-6 класах проводити підготовчу роботу, направлену на знайомство учнів з цими науками: повідомити, що такі науки взагалі існують, що саме вони вивчають, що їх об'єднує.

Ще більше можливостей реалізувати міжпредметні зв'язки з'являється в старших класах, коли учні вже вивчають фізику, хімію і на власному досвіді переконуються, що інколи на уроках з різних предметів розглядаються однакові

поняття.

Широкі зв'язки математики та трудового навчання проявляються на уроках технічної праці, де учні застосовують на практиці свої математичні знання і вміння. В той же час великі можливості в реалізації міжпредметних зв'язків мають і уроки математики. Існує декілька шляхів практичного здійснення таких зв'язків. Один з них - використання задач, які за формою та змістом відносяться до різних питань техніки, виробництва

Використання міжпредметних зв'язків математики та трудового навчання допомагає розв'язувати цілу низку методичних задач:

- ✓ показати школярам різноманітність використання математичних закономірностей;
- ✓ сприяти професійному орієнтуванню школярів;
- ✓ виховувати працелюбність, охайність, точність, кмітливість.

НЕЗВИЧАЙНІ ТВОРЧІ ВПРАВИ ДО УРОКІВ МАТЕМАТИКИ

Ми привчаємо дітей до стереотипного мислення, сковуємо їх ініціативу, а потім вони вже самі для себе придумують у кожному конкретному випадку обмеження, які багатьом з них не дають, можливості побачити нешаблонні варіанти або способи під час аналізу і розв'язування задач.

Побачити ж незвичайний хід розв'язування задачі може тільки людина смілива у діях, яка вміє зосередити свою увагу на об'єктах задачі.

Тому, бажано, щоб на кожному уроці, крім завдання вивчити деякий програмовий матеріал, повинна стояти «надзадача»: на базі досліджуваного матеріалу розвивати творчість, формувати в учнів прийоми, які б вони могли використовувати під час самостійної діяльності.

Крім того, навчання творчості здійснюється тоді, коли учень потрапляє в ситуацію, яка вимагає від нього нестандартного підходу до її розв'язування.

Завжди необхідно вчити учнів використовувати досвід розв'язаної задачі для розв'язування наступних. Ця педагогічна настанова допомагає їм побачити результати своєї праці й оцінити їх.

Тому завдання вчителя - організувати процес навчання так, щоб кожне зусилля з оволодіння знаннями проходило в умовах розвитку пізнавальних здібностей учнів, творчого мислення, формування в них таких основних прийомів розумової діяльності, як аналіз, синтез, абстрагування, узагальнення, порівняння тощо. Учні необхідно вчити самостійно працювати, висловлювати і перевіряти гіпотези, вміти робити узагальнення досліджуваних фактів, творчо застосовувати знання в нових ситуаціях.

Творча діяльність учнів не обмежується лише оволодінням нового. Робота буде творчою, коли в ній проявляється власний задум учнів, ставляться нові задачі і самостійно розв'язуються за допомогою отриманих знань.

Розглянемо незвичайні творчі вправи до уроків математики.

1. Пошук нових способів розв'язування задач. Складання своїх задач, їх розв'язування. Доцільно пропонувати учням розв'язувати задачі не по діях, а за

допомогою виразів, користуватися властивостями додавання під час розв'язування рівнянь, складати й розв'язувати свої задачі. Адже загальновідомо, що самостійно придумана і розв'язана задача запам'ятовується краще і надовго.

2. Написання «математичних» творів. Пропонувати учням написати казку, вірш, байку, сценку на математичну тему. Написані твори діти із задоволенням читають один одному. Такі завдання виховують навички дослідницької діяльності, ефективні щодо висвітлення практичної спрямованості матеріалу, що, зрештою, приводить до глибокого розуміння предмета, зацікавленості ним.

3. Математичні диктанти складає найчастіше вчитель, але можна запропонувати скласти їх учням. Це творча робота. Можна поєднувати новий і раніше вивчений матеріал, але ускладнений. Такий вид роботи розвиває увагу, кмітливість, забезпечує ґрунтовне знання навчального матеріалу, активізує навчально-пізнавальну діяльність учнів.

4. Залік за домашнім завданням. Учням пропонується стільки задач чи прикладів, скільки учнів у класі (за змістом є задачі прості, середньої складності, складені). Термін виконання завдання - від одного-двох тижнів до місяця. Оцінюється творчий підхід до розв'язування, кількість способів розв'язування однієї задачі тощо. Поступово, від уроку до уроку, у дітей з'являється бажання не просто розв'язати задачу, а розв'язати її «найкрасивішим» способом. Успішний пошук такого способу власне і є їх маленьким відкриттям.

5. Самостійне вивчення нової теми. Учням на тиждень дається завдання: самостійно опрацювати нову тему. Після цього на уроці проводиться аукціон «Учитель та учні». Неодноразово програвала учням особисто, тому що вони самостійно знаходять стільки цікавого матеріалу із заданої теми, що дивуєшся цьому, завдяки таким завданням учні вчать самостійно працювати з додатковою літературою. Потім слід разом підсумувати всі ті нові факти, яких немає в підручнику, й осмислити їх. Після такої роботи учням простіше розв'язувати складні задачі: маючи великий обсяг знань, легко розв'язати й складну задачу.

6. Гра «Так – Ні». За допомогою такої гри можна зацікавити дітей, активізувати їх діяльність. Ця гра вчить пов'язувати розрізнені факти в єдине ціле, систематизувати вже наявну інформацію, слухати і чути однокласників. Гру доцільно використовувати для створення на уроці ситуації, що інтригує, а іноді і для організації відпочинку. Правила гри прості: учитель загадує щось (число, прізвище великого математика, геометричну фігуру, формулу тощо). Учні намагаються назвати задумане, ставлячи вчителю запитання. На ці запитання вчитель відповідає тільки словами «так», «ні», «і так, і ні». Наприкінці обов'язково проводиться коротке обговорення: які запитання були суттєвими і наштовхували учнів на правильну відповідь, а які (і чому) несуттєвими? Адже треба намагатися навчити дітей виробляти стратегію пошуку, а не зводити гру до безладного перебору запитань.

7. Розв'язування творчих задач. Творчі задачі є «відкритими», а отже мають багато розв'язань. Після розв'язування таких задач пропонується контрольна відповідь. Під час розв'язування творчих задач учні вчать не боятися зробити помилку, тому що кожна їх відповідь - правильна. Це дає змогу

наповнити урок математики радістю від успіху й учнівськими перемогами.

8. Пошук цікавих математичних загадок і логічних задач. Усе починається з першого уроку, на якому пропонуються учням цікаві для даної вікової групи задачі, загадки тощо. Учні також згадують відомі їм загадки. До наступних уроків з розгадування загадок готуються вже самі. На уроці учні пропонують їх один одному, а найцікавіші з них беруть участь у конкурсі загадок.

9. Організація персональних виставок творчих робіт учителя й учнів.

10. «Громадський огляд знань». У рамках такого заходу відбуваються виступи дітей з власними творчими дослідницькими роботами. Доцільно його проводити під час тематичної атестації.

11. Гра «Дублер починає діяти». Гра полягає у залученні учнів до ведення уроків. Якщо враховувати, що проведення уроку вимагає від учня відмінного знання матеріалу, то це дає дуже позитивні результати.

12. «Інтерв'ю». Обирається учень на роль журналіста і кілька учнів на ролі тих, у яких буде братися інтерв'ю за запитаннями, що стосується певної теми. Такий прийом можна використати як на етапі закріплення і повторення матеріалу, так і на етапі «відкриття» учнями нових знань (в цьому разі ті, хто дають інтерв'ю, та журналіст заздалегідь готуються до нього, добираючи запитання та відповіді на них).

13. Створення учнями власних тематичних картотек. Картотеки як спеціалізовані інформаційні фонди використовуються в найрізноманітніших галузях. Для картотек можуть використовувати різні носії інформації (картки, зошити, фотографії тощо). Картотеки - це основа творчості. Інформація, що зібрана й оброблена у формі картотеки, зручна для ведення досліджень. Вона стає джерелом нових уявлень, ідей та оригінальних трактувань.

14. «Історична зупинка». На таких «зупинках» діти ознайомлюють один одного з відомими вченими-математиками, які зробили внесок в розвиток математики з теми, що вивчається.

15. Гра «Знайди загублене». Під час такої гри учням пропонують розв'язати задачі, де відсутні деякі числа або символи. Дітям цікаво знаходити «загублене» і відновлювати записи. Без сумніву, у такій діяльності також проявляється творчість.

16. «Дидактичний театр». Періодично пропонується учням поставити міні-спектакль, інсценівку (в тому числі і за власним сценарієм). Така діяльність активізує учнів, стимулює до глибшого вивчення матеріалу, прояву творчості.

РОЗВИТОК ТВОРЧИХ ЗДІБНОСТЕЙ УЧНІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Коли йдеться про зміст шкільного курсу математики, то, звичайно, мають на увазі засвоєння учнями певної системи математичних знань, умінь і навичок. Але не можна зводити все математичне навчання в школі до передачі учням визначеної суми знань і навичок. Це обмежувало б роль математики в загальній освіті. Тому перед школою стоїть важливе завдання математичного розвитку учнів.

Математичні здібності — це здатність утворювати на математичному матеріалі узагальнені, згорнуті, гнучкі й обернені асоціації та їх системи. До складових математичних здібностей слід віднести:

- ✓ здатність до формалізації математичного матеріалу, відокремлення форми від змісту, абстрагування від реальних ситуацій і їх кількісних відношень та просторових форм; оперування структурами відношень і зв'язків;
- ✓ здатність до узагальнення матеріалу;
- ✓ здатність до оперування числовою і знаковою символікою;
- ✓ здатність до логічних міркувань, пов'язаних з потребою доводити, робити висновки; здатність до скорочення процесу міркувань;
- ✓ здатність до переходу від прямого до оберненого ходу думки;
- ✓ гнучкість мислення незалежно від впливу шаблонів.

Математика сприяє виробленню особливого виду пам'яті — пам'яті, спрямованої на узагальнення, творення логічних схем, формалізованих структур, виховує здатність до просторових уявлень.

Наявність математичних здібностей в одних учнів і недостатня розвинутість їх в інших вимагає від учителя постійного пошуку, шляхів формування і розвитку таких здібностей у школярів.

Рівнева диференціація з урахуванням психології математичних здібностей учнів збільшує можливості роботи вчителя. Такий підхід створює умови для розвитку здібностей учнів, які мають природжені задатки до занять математикою, і забезпечує посилюючою роботою учнів, які не мають таких задатків. Виконуючи посильні завдання, учень отримує впевненість у своїх силах.

Усі задачі поділяються на три типи:

1. Задачі, які розв'язую для кращого засвоєння теорії;
2. Тренувальні вправи, мета яких - виробити навички;
3. Задачі, за допомогою яких розвиваю математичні здібності учнів.

Розв'язування задач - це робота дещо незвичайна, адже це розумова та. А щоб навчитися будь-якій роботі, треба спочатку добре вивчити той матеріал, над яким доведеться працювати, ті інструменти, з допомогою яких буде виконуватись робота.

Отже, для того щоб навчити учнів розв'язувати задачі, я пропоную їм розібратись в тому, що вони собою являють, як побудовані, з яких частин складаються, що потрібно знати, щоб розв'язати ту чи іншу задачу.

Учні п'ятого класу вже знають, що під математичною задачею розуміють будь-яку вимогу обчислити, побудувати, довести що-небудь, пов'язане з числовими величинами або геометричними фігурами. Арифметичною задачею називають вимогу знайти числове значення деякої величини, якщо дано числове значення

інших величин і залежність, яка зв'язує їх як між собою, так і з шуканою величиною. (У початкових класах в основному розглядаються так звані сюжетні задачі, в яких описується кількісна сторона деяких явищ. Сюжетну задачу, для розв'язання якої треба виконати дві чи більше пов'язаних між собою арифметичних дій, називають складеною. Щоб розв'язати складену задачу, пропонуємо учням спочатку скласти план розв'язування. План складається на основі аналізу задачі, який проводять від числових даних або від запитання.

Аналізу задачі передують ґрунтовне вивчення умови і запитання задачі.

Наприклад, задача. Велосипедист їхав 4 години із швидкістю 12 км/год. Йому залишилося проїхати на 16 км менше, ніж він проїхав. Яку відстань потрібно було проїхати велосипедисту?

Аналіз від числових даних. Відомо, що велосипедист їхав 4 години із швидкістю 12 км/год. За цими даними можна дізнатися, яку відстань проїхав велосипедист. Для цього треба швидкість помножити на час. Знаючи відстань, яку вже проїхав велосипедист, і те, що залишилося проїхати на 16 км менше, можна знайти відстань, яку залишилося проїхати. Для цього відстань, яку вже проїхав велосипедист, треба зменшити на 16 км. Знаючи, скільки кілометрів залишилося їхати, можна знайти весь шлях. Для цього треба виконати додавання знайдених відстаней.

Аналіз від запитання. У задачі треба знайти весь шлях, який має проїхати велосипедист. Ми не можемо одразу відповісти на це запитання, бо не відомо, скільки велосипедист вже проїхав і скільки йому залишилося їхати. Щоб знайти пройдений шлях, треба знати швидкість і час руху. Це в задачі відомо. Помножимо швидкість на час і дізнаємося про пройдений шлях. Відстань, яку велосипедист ще має проїхати, можна також знайти. Для цього знайдену відстань треба зменшити на 16 км.

План розв'язування задачі такий:

1. Скільки кілометрів проїхав велосипедист за 4 години?
2. Скільки кілометрів велосипедисту залишилося проїхати?
3. Яку відстань мав проїхати велосипедист?

Отже, підвищення ефективності навчання математики можна досягти, продуктивно реалізуючи всі дидактичні функції математичних задач.

Велику роль відіграють задачі, які учні складають самі. Складання задачі часто вимагає роздумів, які під час розв'язку готових задач не потрібні. Тому складання задач сприяє розвитку творчого мислення учнів.

Щоб вивчення математики викликало в учня задоволення, треба, щоб він заглибився у суть ідеї цієї науки, відчув внутрішній зв'язок усіх ланок. міркувань, які дають можливість зрозуміти і саме доведення, і його логіку.

Якщо учень хоча б раз досяг ясності в розумінні суті, проник у внутрішній зв'язок понять і логічних висновків, то йому буде важко задовільнитися потім заучуванням без розуміння. І тоді він здійснить відкриття: процес власної думки вимагає значно менших зусиль і витрат часу, ніж вивчення напам'ять.

Щоб привчити учнів самостійно мислити, викликати в них віру у власні сили і розумна також виховати впевненість у своїх можливостях, необхідно примусити їх пройти через певні труднощі, а не подавати все в готовому вигляді.

У системі розвиваючого навчання під час вивчення математики важливе місце

посідає обчислювальна практика. На 5-6 класи припадає основний I обсяг роботи обчислень з раціональними числами. У наступних класах ці навички розвиваються і закріплюються, зростає питома вага наближених обчислень, використовується прикидка, оцінювання результатів обчислень. Широке використання мікрокалькуляторів не зменшує ролі обчислень без них і особливо усного виконання дій. Адже, користуючись мікрокалькуляторами, треба вміти робити прикидку очікуваного результату й округлювати його до потрібної точності, замінюючи деякі операції усним виконанням, вміти проаналізувати здобуту інформацію. Слід мати на увазі і розвиваючу функцію усних обчислень: вони активізують увагу і пам'ять учнів, спонукають їх до раціональної діяльності.

Якщо в учнів середніх класів добре сформовані ці навички, це є запорукою того, що в старших класах розв'язування задач не буде викликати особливих труднощів.

Уміння розв'язувати ту чи іншу задачу залежить від багатьох чинників. Але передусім необхідно навчитися розрізняти основні типи задач і вміти розв'язувати найпростіші з них.

Задачі, що розв'язуються у шкільному курсі математики, можна умовно розподілити на такі типи задач:

- ✓ задачі «на рух»;
- ✓ задачі «на сумісну роботу»;
- ✓ задачі «на планування»;
- ✓ задачі «на залежність між компонентами арифметичних дій»;
- ✓ задачі «на відсотки»;
- ✓ задачі «на суміші»;
- ✓ задачі «на розбавлення»;
- ✓ задачі «з буквеними коефіцієнтами»;
- ✓ інші види задач

Отже, з яких етапів складається процес розв'язування задачі?

Очевидно, отримавши задачу, перше, що треба зробити, - це розібратися в тому, що це за задача, яка її умова, в чому складається її вимога, тобто провести аналіз задачі. Це і складає перший етап процесу розв'язування задачі.

У ряді випадків цей аналіз треба оформити, записати. Для цього використовуються різні схематичні записи задач, побудова яких складає другий етап процесу розв'язування.

Аналіз задачі і побудова її схематичного запису необхідні головним чином для того, щоб знайти спосіб розв'язання даної задачі. Пошук цього способу складає третій етап розв'язування.

Коли спосіб розв'язування задачі знайдений, його необхідно виконати - це буде вже четвертий етап процесу розв'язування.

Після того як розв'язування виконано (письмово чи усно), необхідно впевнитись, що це розв'язування правильне і задовольняє всім вимогам задачі. Для цього проводять перевірку, що складає п'ятий етап процесу розв'язування.

При розв'язуванні багатьох задач, крім перевірки, необхідно ще провести дослідження задачі, а саме: встановити, за яких умов задача має розв'язок і скільки різних розв'язків існує у кожному конкретному випадку; за якої умови задача зовсім не має розв'язку. Все це складає шостий етап процесу розв'язування.

Впевнившись у правильності розв'язування і, якщо потрібно, виконавши дослідження задачі, необхідно чітко сформулювати відповідь - це буде сьомий етап процесу розв'язування.

Нарешті, в навчальних і пізнавальних цілях корисно також провести аналіз виконаного розв'язування, тобто встановити, чи нема іншого, більш раціонального способу розв'язування, чи не можна задачу узагальнити, які висновки можна зробити із цього розв'язування. Все це складає останній - восьмий етап розв'язування.

Весь процес розв'язування задачі можна розділити на вісім етапів:

- 1-й етап - аналіз задачі;
- 2-й етап - схематичний запис задачі;
- 3-й етап - пошук способу розв'язування задачі;
- 4-й етап - виконання розв'язування задачі;
- 5-й етап-перевірка розв'язку задачі;
- 6-й етап - дослідження задачі;
- 7-й етап - формулювання відповіді задачі;
- 8-й етап - аналіз розв'язування задачі.

Математичні задачі, для розв'язування яких в шкільному курсі математики існують готові правила, або ці правила безпосередньо впливають з означень чи теорем, що визначають програму розв'язування цих задач у вигляді послідовності кроків, називають стандартними. При цьому передбачається, що для виконання окремих кроків розв'язування стандартних задач в курсі математики існують конкретні правила.

Процес розв'язування стандартних задач має деякі особливості.

1. Аналіз задач зводиться до встановлення (розпізнавання) виду задач, до якого належить дана
2. Пошук розв'язування полягає у складанні на підставі загального правила (формули, тотожності) або загального положення (означення, теореми) програми – послідовності кроків розв'язування задач даного виду. Звичайно, немає-необхідності цю програму формулювати в письмовій формі, достатньо її для себе намітити усно.
3. Саме розв'язання стандартної задачі полягає у застосуванні цієї загальної програми до умови даної задачі. Якщо деякі кроки програми розв'язування вимагають для свого виконання використання також інших програм, то стосовно них проводяться ті самі операції (розпізнавання виду задачі, складання програми розв'язування і виконання розв'язування на основі цієї програми). Звідси походить, що для того щоб легко розв'язувати стандартні задачі (а вони є основними математичними задачами, оскільки всі інші зрештою зводяться до них), треба:

- 1) пам'ятати всі вивчені в курсі математики загальні правила (формули, тотожності) і загальні положення (означення, теореми);
- 2) вміти розгортати згорнуті загальні правила, формули, тотожності, а також означення і теореми у програмі - послідовності кроків розв'язування задач відповідних видів.

У визначенні стандартних задач як основну ознаку цих задач вважають наявність в курсі математики таких загальних правил чи положень, які однозначно визначають програму розв'язання цих задач і виконання кожного кроку цієї програми.

Звідси зрозуміло, що нестандартні задачі - це такі задачі, для яких в курсі

математики немає загальних правил і положень, що визначають точну програму їх розв'язування.

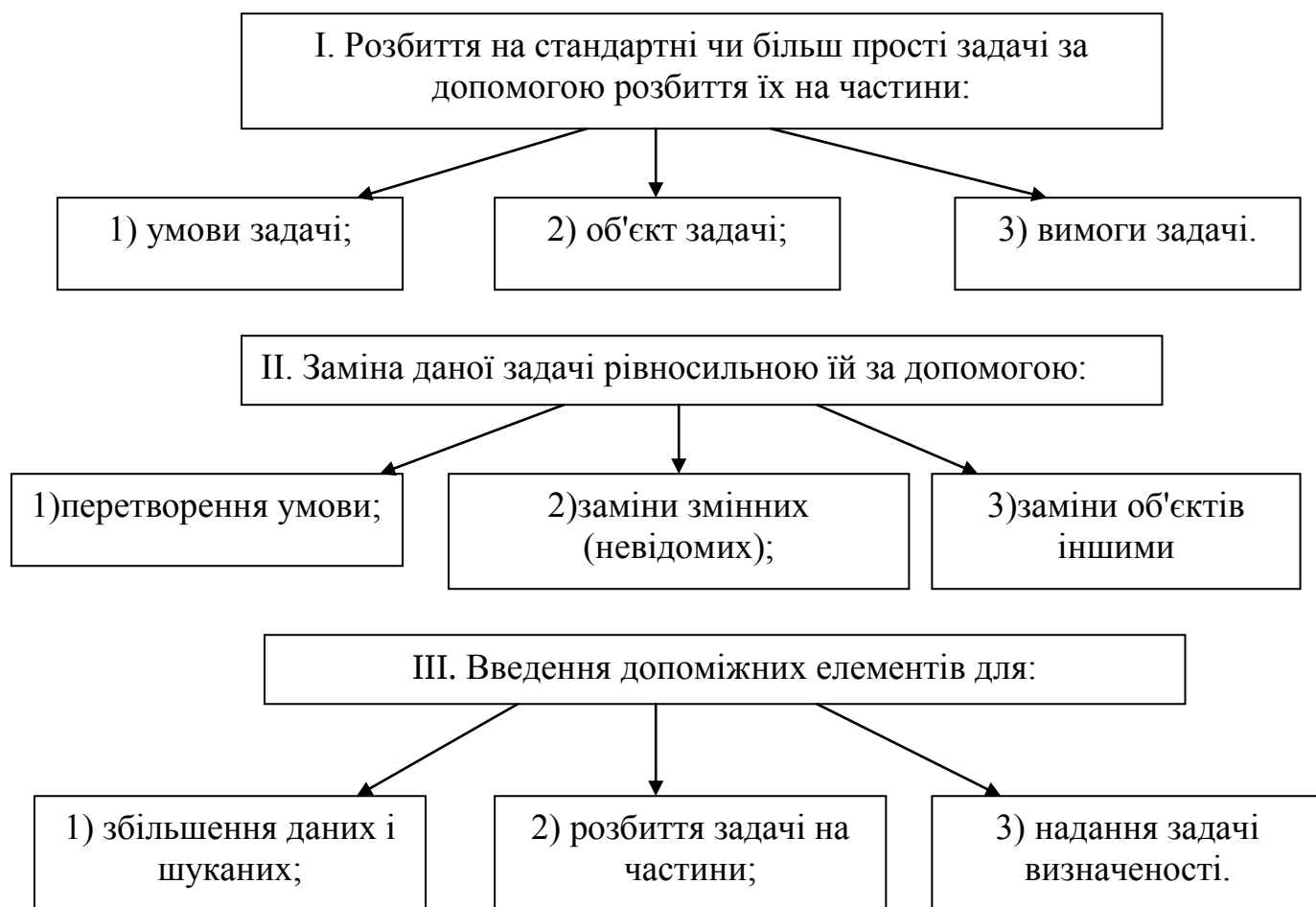
Процес розв'язування будь-якої нестандартної задачі складається у послідовному застосуванні двох основних операцій:

1. Зведення (шляхом перетворення або переформулювання) нестандартної задачі до іншої, їй еквівалентної, але уже стандартної задачі;

2. Розбиття нестандартної задачі на декілька стандартних підзадач.

В залежності від характеру нестандартної задачі використовуємо одну із цих операцій або обидві. При розв'язуванні більш складних задач ці операції доводиться застосовувати багаторазово.

МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕСТАНДАРТНИХ ЗАДАЧ



Відомо, що будь-який урок — це складне педагогічне явище, витвір вчителя, на якому учні демонструють свої знання, уміння та навички.

Чи цікаво дітям на уроці? Чи люблять вони вчитися?

На ці питання не можна відповісти напевне. Іноді діти ідуть на урок із задоволенням, іноді без нього. Як зацікавити дітей? Як привернути їх увагу до свого предмету? Звичайно, за допомогою того, що їм буде слухати найцікавіше, того, що вони будуть робити із задоволенням.

Як донести матеріал до їх свідомості яскраво і красиво, щоб запам'яталось надовго і назавжди?

Іноді можна почути, що математика складна, суха і нецікава наука. Людей, які

люблять математику, це вражає й ображає. Математика сувора, але красива й глибока, як чиста криниця. А завдання — вчителя і полягає в тому, щоб розкривати перед учнями її емоційний бік, чуйну і вродливу стать. Як краще цього домогтися?

Красивими, цікавими уроками. Уроками, які пробуджують цікавість і працьовитість, фокусують увагу і зосередженість. Отже, нестандартний урок. Він не вкладається в рамки виробленого і сформульованого дидактикою. На цьому уроці можна не дотримуватись чітких етапів навчального процесу, методів, традиційних видів роботи. Для такого уроку характерною є інформаційно-пізнавальна система навчання — оволодіння готовими знаннями, пошук нових форм викладу, розкриття внутрішньої сутності явищ через гру, змагання або нетрадиційні форми роботи з дітьми, використовувати власні дидактичні матеріали, часто саморобні і тим більше корисні для учнів.

Досвід роботи показує, що для поліпшення розуміння, закріплення та відтворення інформації доцільно проводити такі уроки як: урок-змагання; урок-вікторина, урок- “круглий стіл” , урок-гра та ін. Щоб зацікавленість учнів до вивчення математики не знижувалась, доречно систематично проводити ігри з використанням інтерактивних технологій.

Така організація учбової діяльності на уроці дає можливість реалізувати принципи диференціації навчання, оскільки гарантує участь кожного учня на тому чи іншому етапі уроку. Так, учні з низьким рівнем навчальних здібностей можуть забезпечити команді бали на I етапі уроку, а учні з високими здібностями – виступи із захистом творчих робіт. Другий етап уроку – “поле діяльності” для учнів з середніми навчальними здібностями.

Позакласна робота з математики дуже важлива для пробудження в учнів інтересу до математики. Тому математичні вікторини, змагання, ігри, прес-конференції, вечори сприяють підвищенню математичної культури, розширюють і поглиблюють здобуті на уроках знання, показують застосування їх на практиці, розвивають мислення, математичні здібності, допомагають увійти у світ наукових і технічних ідей.

Учням дуже подобається брати участь в іграх, правила яких максимально наближені до умов тих ігор, за якими вони мають можливість спостерігати з екранів телевізорів. Такими іграми є “Перший мільйон”, “Поле чудес”, “Слабка логіка” та інші.

Щоб розвинути творчі здібності учнів, поступово та систематично залучати до самостійної пізнавальної діяльності, щоб забезпечити співпрацю між учнями та учителем, традиційного уроку недостатньо

ПСИХОЛОГІЧНІ АСПЕКТИ РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНИХ ЗДІБНОСТЕЙ УЧНІВ

Вступ

Щоб навчання в школі не було і надалі самоціллю (одержати атестат для вступу до вузу), а стало засобом розвитку і виховання, необхідно різко посилити питому вагу творчості, зокрема в ігровій формі. Навіщо учень вивчає математику? Для того, щоб розвинути математичне мислення, а не для того, щоб визубрити формули і теореми, від знання яких він не стане ні розумнішим, ні духовно багатшим, ні щасливішим.

Сучасна психологія визначає, що кожен учень — людина, обдарована у якійсь галузі життєтворчості. Спираючись на здібності, обдарування кожного учня, неповторне в кожному з них, вчителі розвивають здатність до творчості.

Життя висунуло суспільний запит на виховання творчої особистості, здатної, на відміну від людини-виконавця, самостійно мислити, генерувати оригінальні ідеї, приймати сміливі, нестандартні рішення. Але психологи констатують, що випускники школи, які приходять на виробництво, ще не здатні самостійно розв'язувати проблеми, можуть мислити діалектично, системно, їм бракує творчої уяви, ініціативи, винахідливості. Такий стан справ вимагає якісно нового підходу до підготовки молоді до життя ~~ орієнтацію навчально-виховного процесу на розвиток творчих здібностей особистості.

Дбаючи про розвиток творчих здібностей у школярів, залучаючи їх до творчої праці, ми створюємо необхідні умови для розвитку всіх без винятку психічних якостей учнів. Шкільна практика переповнена прикладами, коли учні, захоплені справою до вподоби, проявляють наполегливість, силу волі в опануванні тими знаннями й уміннями, які далеко випереджають програмні вимоги, але вкрай необхідні для реалізації їхніх творчих задумів. Саме в процесі розв'язання творчих задач, пошуку нестандартних способів їх розв'язання учні виробляють уміння критично ставитись до тривіального, вчать дискутувати тощо. Творчість учнів сприяє формуванню їхніх морально-етичних та вольових якостей. Творча діяльність школярів разом з тим сприятливо позначається на їхньому фізичному та естетичному розвитку.

Залучення учнів до творчої діяльності розкриває перед ними горизонти людських можливостей і сприяє правильному визначенню свого місця на широкому полі власних знань, умінь та здібностей. Відбувається це з тієї причини, що в творчості людина реалізує в усій повноті свої знання, уміння та здібності, а отже, отримавши можливість випробувати себе в різних видах діяльності, наочно переконується в наявному арсеналі знань, умінь та здібностей, адекватно оцінюючи свої можливості, що, безумовно, сприяє правильному вибору професії.

Розвиток творчих здібностей учнів сприяє реалізації одного з головних аспектів гуманістичного принципу організації освіти створення умов для отримання індивідумом справжньої свободи. Свобода людини — це її одвічне прагнення і наріжний камінь демократичного суспільства. Річ у тім, що в процесі співжиття з членами сім'ї, родиною, громадою, суспільством людина ущемляє своє одвічне прагнення бути сильною. Існує єдиний шлях - на мить розірвати пута сімейного,

родинного, громадського чи суспільного зв'язку і вдихнути свободу. Цей шлях, дарований людині природою, полягає в творчості. Тільки в щасливі хвилини творчості людина почуває себе вільною. Без творчості немає свободи.

Розвиваючи творчі здібності учнів, залучаючи їх до творчої діяльності, створюючи умови для реалізації їхніх творчих можливостей, можна вберегти школярів від моральної деградації. Адже відомо, що підлітки, які позбавлені можливості самовиразитися, вдаються до вживання наркотиків чи алкоголю, більше схильні до правопорушень.

Розвиток творчих здібностей школярів обумовлюється також зацікавленістю держави у високій трудовій активності своїх громадян. Із підвищеною трудовою активністю тісно пов'язані продуктивність та якість праці. Вищим рівнем розвитку трудової активності є творча активність, яка за своєю суттю полягає у постійному прагненні нарощувати продуктивність та підвищувати якість праці, що неможливо без глибокого проникнення в сутність трудового процесу і його вдосконалення, тобто без розвинених до певного рівня творчих здібностей індивідуума.

Проблема здібностей в психології

Проблема психології здібностей завжди перебувала в центрі уваги вітчизняних і зарубіжних психологів. Це одна із найважливіших і найактуальніших проблем виховання. Вона хвилює батьків, вчителів і, звичайно, самих учнів.

Здібності - індивідуально-психологічні особливості, які є суб'єктивними умовами успішного здійснення певного виду діяльності. Здібності не зводяться до наявності у індивіда знань, умінь, навичок. Вони проявляються в швидкості, глибині і міцності оволодіння засобами і прийомами діяльності. У вивченні здібностей виділяють три основні проблеми: походження і природа здібностей, типи і діагностика окремих видів здібностей, закономірності і формування здібностей. Значний внесок у вивчення здібностей вніс Б. М. Теплов.

Здібності тісно пов'язані з загальною спрямованістю особистості. В.Е. Чудновський зазначає, що співвідношення спрямованості особистості і рівня здібностей неоднозначне: високий рівень здібностей суттєво впливає на стиль поведінки і формування особистості. Ще більшого значення набуває той факт, що розвиток здібностей суттєво визначається умовами виховання, особливостями сформованості особистості, її спрямованістю, яка або сприяє розкриттю здібностей або, навпаки, призводить до того, що здібності не реалізуються. В основі однакових досягнень при виконанні якоїсь діяльності можуть лежати різні здібності, водночас одна і та ж здібність може бути умовою успіху різних видів діяльності.

Рівень розвитку здібностей залежить:

- 1) від якостей знань і умінь, від міри їх об'єднання в єдине ціле;
- 2) від природних задатків людини, якості природних механізмів елементарної психічної діяльності;
- 3) від більшої чи меншої "тренованості" самих мозкових структур, які беруть участь у здійсненні пізнавальних і психомоторних процесів.

Задатки - спадкові властивості периферичного і центрального нервового апарату - є суттєвими передумовами здібностей людини, але вони їх лише обумовлюють. Від задатків до здібностей — в цьому і проявляється шлях розвитку

особистості. Розвиваючись від задатків, здібності є функцією розвитку індивіда, в які задатки входять як передумови, як вихідний момент. Задатки багатозначні, вони можуть розвиватися в різних напрямках, перетворюючись у різні здібності. Будучи передумовою успішного ходу діяльності людини, її здібності тією чи іншою мірою є продуктом діяльності. В цьому і проявляється кругова залежність здібностей людини і її діяльності.

У психології виділено дві сторони розвитку здібностей – загальна і особистісна. Із здібностями тісно пов'язані нахили, які розглядаються як вибіркова спрямованість індивіда на певну діяльність, що спонукає нею займатися, в основі цієї спрямованості лежить стійка потреба. Нахили — передумови розвитку здібностей, але можливі випадки їх не співпадіння.

Нахили і здібності нерідко збігаються, що можна пояснити індивідуальними проявами активності і саморегуляції особистості, які є основними психологічними передумовами розвитку як нахилів, так і здібностей. В одних випадках активність виступає як "надмір енергії", дає змогу безпосередньо, без особливих зусиль, витримувати значне нервово-психічне навантаження. Активність іншого напрямку — плануючого характеру — спирається на довільність: вона проявляється вибірково і найбільш ефективна в тих видах діяльності, які не потребують швидких реакцій, протікають у спокійних умовах.

Активність дошкільників, проявляється безпосередньо в діях, у прагненні говорити. Дитячі бажання сприяють загальному психічному розвитку, а в деяких дітей вони стають початком або показником їхніх майбутніх індивідуальних особливостей.

Молодший шкільний вік приносить з собою якісно новий рівень свідомості і внутрішньо регульованої поведінки. Це означає формування таких рис активності і її саморегуляції, які необхідні для подальшого формування нахилів.

У підлітковому віці прагнення до діяльності ніби випереджає розвиток інших сторін особистості. У підлітків виділяються два основних шляхи розвитку нахилів. Один з них — вибірковість щодо різних видів діяльності, аналітичність, стійкість намірів. При цьому проявляються інтереси до сфер діяльності "техніка" і "знакова система".

Юність – період подальшого зростання соціальної активності, роки піднесення розумових і моральних сил. Важлива відмінність, що вирізняє внутрішні умови розвитку нахилів старшокласників, - це новий рівень розвитку саморегуляції своєї спрямованості: насамперед розвинуте почуття відповідальності і установок на керівництво собою.

Здібності характеризуються як індивідуально-психологічні особливості, тобто такі якості, якими відрізняються люди між собою. Ось чому, коли говоримо про здібності, необхідно охарактеризувати ці відмінності. Вони можуть бути якісними і кількісними.

За якісною характеристикою, кожна здібність людини є складною її властивістю. Являючи собою внутрішню можливість людини впоратися з тими вимогами, що їх ставить певна діяльність. Вона спирається на ряд інших властивостей. До них треба насамперед віднести її життєвий досвід, надбані нею знання, вміння і навички. Здібна та людина, яка може розв'язати і розв'язує завдання, а може та людина, яка вміє, володіє засобами, необхідними для їхнього розв'язання,

технікою роботи в тій чи іншій галузі. Здібності людини спираються на наявні у неї знання, вміння і навички, на ті системи тимчасових нервових зв'язків, що лежать в їх основі. Вони розвиваються в процесі формування цих зв'язків, набування людиною знань, умінь і навичок.

Т.С. Костюк зазначає, що здібності людини виявляються в тому, як вона використовує наявні у неї знання і набуває нових знань, умінь і навичок, необхідних для розв'язання тих завдань, що їх ставить перед нею.

Кількісні виміри здібностей характеризують міру вираженості. Найбільш поширеною формою оцінки міри вираженості здібностей є тести. Тільки в останні два десятиліття вітчизняні психологи зайнялися систематичною розробкою оригінальних тестів, а також адаптацією зарубіжних. Здібності вивчалися такими зарубіжними психологами, як Кеттел, Спірмен, Біне, Айзенк, Равен, Векслер, Терстоун та ін. При дослідженні здібностей використовують систему тестів, які поступово ускладнюються, що одержало назву батареї тестів (тести досягнень, тести інтелекту, тести креативності).

Здібності людей поділяють на види передусім за змістом і характером їх діяльності, в яких вони виявляються. Розрізняють загальні і спеціальні здібності.

Загальними називають здібності людини, що тією чи іншою мірою виявляються у всіх видах її діяльності. Такими є здібності до навчання, загальні розумові здібності людини, її здібності до праці.

Під спеціальними здібностями розуміють здібності, що виразно виявляються в окремих спеціальних галузях діяльності (наприклад, сценічній, музичній, математичній тощо).

Отже, здібності — це індивідуально-психологічні особливості особистості, які є умовами успішного здійснення конкретної діяльності, проявляються у відмінностях у динаміці оволодіння необхідними для неї знаннями, вміннями, навиками.

У сучасних умовах філософи, соціологи, психологи, педагоги особливу увагу приділяють проблемі творчості і творчих здібностей особистості. Вітчизняні психологи переконливо довели, що задатки творчої здібності властиві будь-якій людині, будь-якій дитині. Не менш важливим є висновок психолого-педагогічної науки про те, що творчі здібності необхідно розвивати з раннього віку. Якщо ж дитину з перших років не привчати до творчої діяльності, то втрати від цього важко буде виправити в наступні роки. Отже, розвитку творчих здібностей дітей слід приділяти увагу з раннього дитинства.

Над проблемою розвитку творчих здібностей працювали багато науковців. Психологічні аспекти цього питання розглядалися у працях Л.Виготського, Г.Костюка, Т.Кудрявцева, Л.Леонтьєва, А.Пономарьова, П.Якобсона та інших. Педагогічні та дидактичні аспекти розвитку творчих здібностей висвітлено в працях Г.Альшутлера, П.Аутова, М.Левітова, В.Сидоренка, М.Сказіна, Ю.Столярова, Д.О.Тхоржевського та інших. Методичні підходи до розвитку творчих здібностей і технічної творчості досліджені у наукових працях В.Алексєєва, Г.Буша, В.Качнева, В.Моляко, А.Осборна та інших.

Розвиток творчих здібностей на уроках математики

• Поняття математичних здібностей та їх структура

Математичні здібності - це здатність утворювати на математичному матеріалі узагальнені, згорнуті, гнучкі й обернені асоціації та їх системи. До складових математичних здібностей слід віднести:

- ✓ здатність до формалізації математичного матеріалу, відокремлення форми від змісту, абстрагування від реальних ситуацій і їх кількісних відношень та просторових форм; оперування структурами відношень і зв'язків;
- ✓ здатність до узагальнення матеріалу;
- ✓ здатність до оперування числовою і знаковою символікою;
- ✓ здатність до логічних міркувань, пов'язаних з потребою доводити, робити висновки;
- ✓ здатність до скорочення процесу міркувань;
- ✓ здатність до переходу від прямого до оберненого ходу думки;
- ✓ гнучкість мислення незалежно від впливу шаблонів.

Математика сприяє виробленню особливого виду пам'яті — пам'яті, спрямованої на узагальнення, творення логічних схем, формалізованих структур, виховує здатність до просторових уявлень.

Наявність математичних здібностей в одних учнів і недостатня розвинутість їх в інших вимагає від учителя постійного пошуку, шляхів формування і розвитку таких здібностей у школярів.

Рівнева диференціація з урахуванням психології математичних здібностей учнів збільшує можливості роботи вчителя. Такий підхід створює умови для розвитку здібностей учнів, які мають природжені задатки до занять математикою, і забезпечує посилюючою роботою учнів, які не мають таких задатків. Виконуючи посильні завдання, учень отримує впевненість у своїх силах.

Вивчаючи математичні здібності, В.А. Крутецький дійшов висновку, що "мозок деяких людей своєрідно орієнтований (настроєний) на виокремлення з навколишнього світу подразників типу просторових і числових відношень та символів і на оптимальну роботу саме з такими подразниками". Тому "звичайним математиком можна стати, видатним, талановитим математиком треба народитися".

• Психологічний аналіз учбових задач

Розв'язування задач - це робота дещо незвичайна, адже це розумова робота. А щоб навчитися будь-якій роботі, треба спочатку добре вивчити той матеріал, над яким доведеться працювати, ті інструменти, з допомогою яких буде виконуватись робота.

Усі задачі можна поділити на три типи:

- ✓ Задачі, які розв'язують для кращого засвоєння теорії;
- ✓ Тренувальні вправи, мета яких - виробити навички;
- ✓ Задачі, за допомогою яких розвивають математичні здібності учнів.

Для того щоб навчити учнів розв'язувати задачі, для початку, потрібно запропонувати їм розібратись у тому, що вони собою являють, як побудовані, з яких частин складаються, що потрібно знати, щоб розв'язати ту чи іншу задачу.

Учні п'ятого класу вже знають, що під математичною задачею розуміють будь-яку вимогу обчислити, побудувати, довести що-небудь, пов'язане з числовими величинами або геометричними фігурами. Арифметичною задачею називають вимогу знайти числове значення деякої величини, якщо дано числове значення інших величин і залежність, яка зв'язує їх як між собою, так і з шуканою величиною. У початкових класах в основному розглядаються так звані сюжетні задачі, в яких описується кількісна сторона деяких явищ. Сюжетну задачу, для розв'язання якої треба виконати дві чи більше пов'язаних між собою арифметичних дій, називають складеною. Щоб розв'язати складену задачу, пропоную учням спочатку скласти план розв'язування. План складається на основі аналізу задачі, який проводять від числових даних або від запитання.

Аналізу задачі передують ґрунтовне вивчення умови і запитання задачі.

Наприклад, задача. Велосипедист їхав 4 години із швидкістю 12 км/год. Йому залишилося проїхати на 16 км менше, ніж він проїхав. Яку відстань потрібно було проїхати велосипедисту?

Аналіз від числових даних. Відомо, що велосипедист їхав 4 години із швидкістю 12 км/год. За цими даними можна дізнатися, яку відстань проїхав велосипедист. Для цього треба швидкість помножити на час. Знаючи відстань, яку вже проїхав велосипедист, і те, що залишилося проїхати на 16 км менше, можна знайти відстань, яку залишилося проїхати. Для цього відстань, яку вже проїхав велосипедист, треба зменшити на 16 км. Знаючи, скільки кілометрів залишилося їхати, можна знайти весь шлях. Для цього треба виконати додавання знайдених відстаней.

Аналіз від запитання. У задачі треба знайти весь шлях, який має проїхати велосипедист. Ми не можемо одразу відповісти на це запитання, бо невідомо, скільки велосипедист вже проїхав і скільки йому залишилося їхати. Щоб знайти пройдений шлях, треба знати швидкість і час руху. Це в задачі відомо. Помножимо швидкість на час і дізнаємося про пройдений шлях. Відстань, яку велосипедист ще має проїхати, можна також знайти. Для цього знайдену відстань треба зменшити на 16 км. Отже, план розв'язування задачі такий:

1. Скільки кілометрів проїхав велосипедист за 4 години?
2. Скільки кілометрів велосипедисту залишилося проїхати?
3. Яку відстань мав проїхати велосипедист?

Підвищення ефективності навчання математики можна досягти, продуктивно реалізуючи всі дидактичні функції математичних задач.

Велику роль відіграють задачі, які учні складають самі. Складання задачі часто вимагає роздумів, які під час розв'язку готових задач не потрібні. Тому складання задач сприяє розвитку творчого мислення учнів.

Щоб вивчення математики викликало в учня задоволення, треба, щоб він заглибився у суть ідеї цієї науки, відчув внутрішній зв'язок усіх ланок міркувань, які дають можливість зрозуміти і саме доведення, і його логіку.

Якщо учень хоча б раз досяг ясності в розумінні суті, проник у внутрішній зв'язок понять і логічних висновків, то йому буде важко задовільнитися потім заучуванням без розуміння. І тоді він здійснить відкриття: процес власної думки вимагає значно менших зусиль і витрат часу, ніж вивчення напам'ять.

Щоб привчити учнів самостійно мислити, викликати в них віру у власні сили і

розум, також виховати впевненість у своїх можливостях, необхідно примусити їх пройти через певні труднощі, а не подавати все в готовому вигляді.

У системі розвиваючого навчання під час вивчення математики важливе місце посідає обчислювальна практика. На 5-6 класи припадає основний обсяг роботи обчислень з раціональними числами. У наступних класах ці навички розвиваються і закріплюються, зростає питома вага наближених обчислень, використовується прикидка, оцінювання результатів обчислень. Широке використання мікрокалькуляторів не зменшує ролі обчислень без них і особливо усного виконання дій. Адже, користуючись мікрокалькуляторами, треба вміти робити прикидку очікуваного результату й округлювати його до потрібної точності, замінюючи деякі операції усним виконанням, вміти проаналізувати здобуту інформацію. Слід мати на увазі і розвиваючу функцію усних обчислень: вони активізують увагу і пам'ять учнів, спонукають їх до раціональної діяльності.

Якщо в учнів середніх класів добре сформовані ці навички, це є запорукою того, що в старших класах розв'язування задач не буде викликати особливих труднощів.

Уміння розв'язувати ту чи іншу задачу залежить від багатьох чинників. Але передусім необхідно навчитися розрізняти основні типи задач і вміти розв'язувати найпростіші з них.

Увесь процес розв'язування задачі можна розділити на вісім етапів:

- ✓ аналіз задачі;
- ✓ схематичний запис задачі;
- ✓ пошук способу розв'язування задачі;
- ✓ виконання розв'язування задачі;
- ✓ перевірка розв'язку задачі;
- ✓ дослідження задачі;
- ✓ формулювання відповіді задачі;
- ✓ аналіз розв'язування задачі.

Математичні задачі, для розв'язування яких в шкільному курсі математики існують готові правила, або ці правила безпосередньо впливають з означень чи теорем, що визначають програму розв'язування цих задач у вигляді послідовності кроків, називають стандартними. При цьому передбачається, що для виконання окремих кроків розв'язування стандартних задач в курсі математики існують конкретні правила.

Процес розв'язування стандартних задач має деякі особливості.

1. Аналіз задач зводиться до встановлення (розпізнавання) виду задач, до якого належить дана

2. Пошук розв'язування полягає у складанні на підставі загального правила (формули, тотожності) або загального положення (означення, теореми) програми – послідовності кроків розв'язування задач даного виду. Звичайно, немає-необхідності цю програму формулювати в письмовій формі, достатньо її для себе намітити усно.

3. Саме розв'язання стандартної задачі полягає у застосуванні цієї загальної програми до умови даної задачі. Якщо деякі кроки програми розв'язування вимагають для свого виконання використання також інших програм, то стосовно них проводяться ті самі операції (розпізнавання виду задачі, складання програми розв'язування і виконання розв'язування на основі цієї програми). Звідси походить,

що для того щоб легко розв'язувати стандартні задачі (а вони є основними математичними задачами, оскільки всі інші зрештою зводяться до них), треба:

1) пам'ятати всі вивчені в курсі математики загальні правила (формули, тотожності) і загальні положення (означення, теореми);

2) вміти розгортати згорнуті загальні правила, формули, тотожності, а також означення і теореми у програмі - послідовності кроків розв'язування задач відповідних видів.

• Проблемні задачі як засіб розвитку творчих здібностей учнів

На уроках математики практикують різні прийоми, щоб формувати в дітей критичне та логічне, творче мислення. Розв'язуючи задачу, дають такі завдання - змінити умову таким чином, щоб вона розв'язувалась іншим способом. Вважають також корисним перетворення простих задач у складні. Використовувати на уроці цікаві задачі та задачі-жарти, числові, геометричні головоломки, математичні ребуси, які формують в дітей критичне та логічне мислення, творчу уяву.

Проблемні (нестандартні) задачі - це такі задачі, для яких в курсі математики немає загальних правил і положень, що визначають точну програму їх розв'язування. Процес розв'язування будь-якої нестандартної задача складається у послідовному застосуванні двох основних операцій:

1. Зведення (шляхом перетворення або переформулювання) нестандартної задачі до іншої, їй еквівалентної, але уже стандартної задачі;

2. Розбиття проблемної задачі на декілька стандартних підзадач.

В залежності від характеру нестандартної задачі ми використовуємо одну із цих операцій або обидві. При розв'язуванні більш складних задач ці операції доводиться застосовувати багаторазово.

З метою вивчення особистості учня, особливостей його творчого мислення в ускладнених умовах, можуть бути використані задачі на вільне конструювання. Робота над виконанням таких завдань - це свого роду написання твору на вільну тему. Адже під час оформлення задуму здійснюється проекція важливого особистісного досвіду: знань, умінь, навичок, нереалізованих планів, сподівань, бажань і т. ін. Так різного роду проблеми стосовно вікових та індивідуальних особливостей розвитку школяра, що його тривожать, знаходять відображення в процесі виконання учнем цього завдання. Слід дуже обережно і уважно співпрацювати з досліджуванним при побудові ним задуму розв'язання. Треба уважно прислухатись до його вербального обґрунтування процесу розв'язування; швидко аналізувати проміжні та кінцеві результати: малюнки, ескізи; коректно з'ясовувати, чому учень запропонував саме такий варіант. Таким чином, експериментатор може отримати інформацію про мотиваційну сферу учня, про те, що саме із його досвіду є для нього регулюючим, системоутворюючим. Дуже важливим і доцільним є використання задач на вільне конструювання для вивчення та розвитку творчих здібностей учнів в ускладнених умовах у вигляді раптових заборон.

Однак при застосуванні такого роду інструментарію слід мати на увазі, що звертатися до нього треба не дуже часто, щоб у розумовій діяльності учнів не виникла тенденція до багатоваріантності мислення у відриві від реальності. Таке відірване від законів дійсності фантазування має місце, коли людина звикла

створювати задуми наявних задач, прагнучи, щоб вони були оригінальними (в тому розумінні, щоб вони були не схожими на розв'язання цієї задачі, знайдені іншими людьми). Розв'язуючи задачу за умов раптових заборон, вона здійснює довизначення вихідних умов задачі, трансформує вихідні умови поставленої задачі в шукані умови, орієнтуючись на свій внутрішній світ, свої нереалізовані прагнення, потреби, уподобання, захоплення. Якщо людина нічим серйозним не захоплюється, коли її уподобання, потреби є суто егоїстичними, то і створювані нею задуми можуть бути далекими від реальності. Тому розв'язування учнями задач на вільне конструювання має бути дозованим, щоб це не стало засобом сформування в учнів патологічного мислення.

Згідно з даними В.О. Моляко, найбільшого впливу раптових заборон зазнають школярі: 50% не розв'язували задач після введення раптових заборон. Однак така велика кількість досліджуваних, що зазнають негативного впливу методу раптових заборон, має місце на початкових етапах його застосування. На подальших стадіях розв'язування задачі спостерігається орієнтація на подолання дезорганізуючого впливу заборон. Дані, отримані Скакуном В.З., свідчать про те, що введення раптових заборон впливає на інтелектуальні дії старшокласників таким чином, що в розумовій діяльності учнів відбувається більш швидка зміна варіантів, упорядкування взаємозв'язків між структурами і функціями в бік їх оптимального поєднання.

Умова задачі на вільне конструювання представляється учням у текстовій формі: адже із дослідження діяльності конструкторів-професіоналів відомо, що вибір саме текстової умови задачі свідчить про більш творчий підхід до розв'язування наявної задачі. Отже, введення такого ускладнення має сприяти розвитку навичок, актуальних для професійного майбутнього.

Особливістю подібних задач на вільне конструювання є те, що розв'язуються вони графічно. Тому введення текстового представлення умови задачі спрямовується на зосередження мислення розв'язуючого на аналізі структурних і функціональних особливостей елементів конструювання. В процесі роботи учнів над експериментальними завданнями, зокрема, виявляються такі труднощі:

1) пов'язані з пошуком аналогів образів шуканих елементів конструювання чи їх побудови, виходячи із заданих умов;

2) викликані необхідністю представлення побудованих конструкцій через поєднання заданих геометричних фігур;

3) викликані необхідністю трансформації об'ємного зображення в двомірне;

4) пов'язані з необхідністю адаптації до постійно змінюваних умов образного представлення створюваного задуму (заборона на використання геометричних фігур певної форми);

5) викликані необхідністю відтворити динамічний образ через статичні структури;

6) пов'язані з необхідністю подолання тенденції до побудови конструкцій, які характеризуються структурними нагромадженнями, коли ставиться додаткова вимога про знаходження оптимального розв'язання;

7) пов'язані із домінуванням тенденції розв'язати задачу, оперуючи однією і тією ж геометричною формою;

8) пов'язані з необхідністю подолання утворюваної в процесі роботи над задачею тенденції до побудови базової структури, коли створена конструкція виконує роль базової для розробки наступного задуму;

9) пов'язані з наявністю тенденції при побудові задуму використовувати задані геометричні форми у трансформованому вигляді, коли, наприклад, квадрат представляється як прямокутник, восьмикутник (при забороні використання круга).

Можна виділити такі групи учнів за їх реакцією на введення ускладнених умов:

- ✓ учні, у яких процес продукування варіантів (зокрема оригінальних) гальмується;
- ✓ учні, для продуктивності діяльності яких зазначені вище стимули не є дестабілізуючими;
- ✓ учні, для яких ускладнюючі умови виконують функцію позитивних стимулів: ці учні змогли подолати інформаційну недостатність шляхом активізації розумової діяльності.

При побудові учнями задуму розв'язування задачі реалізується в основному пошук аналогів. Більш чи менш віддалений аналог служить основою для створення того образу, який врешті-решт після ряду перетворень і добудов в результаті розширення досліджуваного сфери пошуку поєднується з іншими елементами конструювання в одну конструкцію, що певною мірою відповідає оптимальному розв'язанню задачі. Тобто введення ускладнюючих умов активізує розумову діяльність учнів, сприяє розширенню форм пошуку необхідних структурно-функціональних груп, урізноманітнює якісний характер форми представлення розроблених конструкцій, сприяє побудові оптимальних варіантів розв'язання задачі завдяки порушенню інерційних бар'єрів у розумовій діяльності учнів.

Спостереження за роботою на уроках під час розв'язування математичних задач показали, що старшокласники часто лише поверхово аналізують умови задачі, а потім шляхом здогадки, використовуючи нерідко метод спроб і помилок, намагаються знайти потрібну відповідь.

З метою підвищення зацікавленості учнів на заняттях використовуються нестандартні математичні задачі, які на перший погляд є простими, але в той же час вимагають певної гнучкості мислення і значної наполегливості. Простота і на перший погляд зрозумілість умови задач породжують в учнів ілюзію можливості швидкого досягнення успіху, пробуджують інтерес і значну активність. Але азарт, породжений уявою про можливість розв'язання задачі шляхом простого підбору, швидко проходить і виникає розуміння необхідності проведення глибокого аналізу умови задачі та встановлення зв'язків між відомими та невідомими величинами. В учнів ще недостатньо розвинена здатність до аналітико-синтетичної діяльності, на основі якої усвідомлюється умова задачі. Аналіз умови нерідко зводиться до механічного розчленування даних і встановлення поверхових зв'язків між ними. Об'єктивна складність творчих проблемних задач для школярів полягає в тому, що для їх розв'язання потрібно шукати нові способи застосування засвоєних знань. Саме це у поєднанні з пробудженим інтересом виступає значною спонукою до діяльності. Для підвищення активності учнів під час занять іноді використовуються елементи змагання. Крім того, на заняття підбираються спеціальні вправи, які своїм зовнішнім виглядом "провокують" учнів на репродуктивну діяльність, використання відомих

стандартних способів розв'язування і не дають можливості правильно розв'язувати запропоновані вправи. Як показують спостереження за діяльністю старшокласників такого роду задачі позитивно впливають на розвиток творчих, зокрема і дослідницьких, здібностей: змінюється тактика роботи над завданнями, яка проявляється в поглибленому аналізі умов вправ, і зростає гнучкість мислення, яка дозволяє швидше формулювати гіпотези і переходити від однієї до іншої під час розв'язування. В учнів виникає значний інтерес до математики, з'являється впевненість, зростає наполегливість у подоланні труднощів.

Щоб розв'язування задач не перетворювалося на самоціль, а ставало дієвим засобом навчання, розвитку інтелектуальних здібностей учнів, важливо приділяти увагу обговоренню знайденого розв'язання, його аналізу: виявленню недоліків, пошукам кращого розв'язання, встановленню і закріпленню у пам'яті учнів тих прийомів, які були використані при розв'язуванні, виявленню характерних ознак їх застосування. Корисними можуть стати наступні поради учням: розгляньте деталі розв'язання, намагаючись максимально їх спростити; зверніть увагу на громіздкі частини розв'язання і спробуйте зробити їх коротшими; намагайтеся охопити розв'язання одним поглядом і вдосконалити все розв'язання в цілому, усвідомити метод чи спосіб, який привів вас до розв'язання: з'ясуйте, що в ньому є головним і до яких інших задач його можна застосувати.

• Побудова нестандартних уроків як акцентуація розвитку творчих здібностей

Відомо, що будь-який урок — це складне педагогічне явище, витвір вчителя, на якому учні демонструють свої знання, уміння та навички. Чи цікаво дітям на уроці? Чи люблять вони вчитися? На ці питання не можна відповісти напевне. Іноді діти ідуть на урок із задоволенням, іноді без нього. Як зацікавити дітей? Як привернути їх увагу до свого предмету? Звичайно, за допомогою того, що їм буде слухати найцікавіше, того, що вони будуть робити із задоволенням. Як донести матеріал до їх свідомості яскраво і красиво, щоб запам'яталось надовго і назавжди?

Іноді можна почути, що математика складна, суха і нецікава наука. Людей, які люблять математику, це вражає й ображає. Математика сувора, але красива й глибока, як чиста криниця. А завдання — вчителя і полягає в тому, щоб розкривати перед учнями її емоційний бік, чуйну і вродливу стать. Як краще цього домогтися? Красивими, цікавими уроками. Уроками, які пробуджують цікавість і працьовитість, фокусують увагу і зосередженість. Отже, нестандартний урок. Він не вкладається в рамки виробленого і сформульованого дидактикою. На цьому уроці можна не дотримуватись чітких етапів навчального процесу, методів, традиційних видів роботи. Для такого уроку характерною є інформаційно-пізнавальна система навчання — оволодіння готовими знаннями, пошук нових форм викладу, розкриття внутрішньої сутності явищ через гру, змагання або нетрадиційні форми роботи з дітьми, використовувати власні дидактичні матеріали, часто саморобні і тим більше корисні для учнів.

Для поліпшення розуміння, закріплення та відтворення інформації доцільно проводити такі уроки як: урок-змагання, урок-вікторина, урок - круглий стіл, урок-гра та ін. Щоб зацікавленість учнів до вивчення математики не знижувалась,

доречно систематично проводити ігри з використанням інтерактивних технологій. Така організація учбової діяльності на уроці дає можливість реалізувати принципи диференціації навчання, оскільки гарантує участь кожного учня на тому чи іншому етапі уроку. Так, учні з низьким рівнем навчальних здібностей можуть забезпечити команді бали на I етапі уроку, а учні з високими здібностями – виступи із захистом творчих робіт. Другий етап уроку – поле діяльності для учнів з середніми навчальними здібностями.

Позакласна робота з математики дуже важлива для пробудження в учнів інтересу до математики. Тому математичні вікторини, змагання, ігри, прес-конференції, вечори сприяють підвищенню математичної культури, розширюють і поглиблюють здобуті на уроках знання, показують застосування їх на практиці, розвивають мислення, математичні здібності, допомагають увійти у світ наукових і технічних ідей.

Учням дуже подобається брати участь в іграх, правила яких максимально наближені до умов тих ігор, за якими вони мають можливість спостерігати з екранів телевізорів. Такими іграми є "Перший мільйон", "Поле чудес", "Слабка ланка" та інші.

Щоб розвинути творчі здібності учнів, поступово та систематично залучати до самостійної пізнавальної діяльності, щоб забезпечити співпрацю між учнями та учителем, традиційного уроку недостатньо. Отже, школа покликана розвивати творчі здібності буквально в усіх своїх вихованців, зважаючи, звичайно, на те, що діти народжуються з дещо різними задатками творити. Разом з тим, більшою мірою, в першу чергу, потрібно дбати про розвиток творчих здібностей в обдарованій частини учнівського загалу.

В. Сухомлинський так визначав мету шкільного навчання: розумові сили і здібності дитини мають постійно збагачуватися і розвиватися, а міцні знання вона матиме лише тоді, коли не залишатиметься на одному й тому ж рівні розумових сил і здібностей. Сьогодні дитина має бути розумнішою, ніж вона була вчора, - тільки за цієї умови у неї буде бажання вчитися, і вона матиме успіхи у навчанні. Можна стверджувати, що творче математичне мислення розпочинається з процесу розуміння умови математичної задачі за допомогою суб'єктивного переформулювання задачі на свою мову, це сприяє виділенню орієнтирів у задачі, що за своєю сутністю є початком процесу формування гіпотези розв'язку, який спрямовується провідною ідеєю, що виникає, розвивається і наповнюється змістом в ході пошукової діяльності під дією провідної ідеї утворюється логічний ланцюг міркувань, який розпочинається з умови і завершується розв'язком, формування гіпотези завершується суб'єктивним переконанням в можливості задовольнити умову і вимогу задачі, яке є наслідком апробаційних дій.

Підготовка до нестандартного уроку може здійснюватися за алгоритмом колективної творчої діяльності: формулювання мети уроку, планування, підготовка, проведення уроку, підсумковий аналіз. Нехтування елементами цієї структури зводить нанівець зусилля педагога. Доцільно розглянути стратегію, тактику організації колективної творчої діяльності учнів на кожному з етапів. Нестандартні уроки руйнують застигли штампи в організації навчально-виховного процесу в школі, сприяють оптимальному розвитку і вихованню учнів. Учнів стомлює одноманітність, нетворча робота. Фізіологи з'ясували, що у 90% дітей втомленість

під час навчальної діяльності виникає не від нестачі енергії, а від її надлишку. Вони більше втомлюються на нецікавих уроках, ніж на уроках, наповнених напруженим, цікавим змістом. Саме тому вчитель повинен уміло використовувати інтонаційні засоби мови, стежити за її гучністю та інтенсивністю, чергувати різноманітні методи навчання, використовувати гру, створювати ситуації зайнятості та емоційного переживання. Гігієна розумової праці пропонує також вміле поєднання логічних міркувань з науковими образами, постійний перехід від простого матеріалу до складнішого, що забезпечує нормальне функціонування кори головного мозку, віддаляє прояви стомленості.

Висновки

Для цілеспрямованого і постійного розвитку творчих можливостей учнів необхідно, щоб методи, організаційні методи, форми та засоби навчання відповідали цілям і задачам навчально-творчої діяльності. Розвитком творчих здібностей на уроках математики необхідно керувати. Організація такої діяльності – створення умов для якісної навчально-виховної роботи, які передбачають:

- ✓ проводити навчання на високому рівні складності;
- ✓ посилити роль гіпотетичного мислення, що сприяє здібності передбачати, висловлювати свої думки, ідеї та захищати їх;
- ✓ систематично створювати ситуації вибору для учнів і давати можливість здійснювати цей вибір;
- ✓ підвищити роль діалогічної форми навчання, як особливої взаємодії повноцінного розуміння, що зумовлює поєднання зовнішнього і внутрішнього діалогу.

У процесі психолого-педагогічної роботи виявлено, що розвиток творчих здібностей на уроках математики безпосередньо залежить від активації здібностей, пізнавального інтересу до навчання; науково-діяльного і евристичного мислення. Основними умовами розвитку творчих здібностей є: відповідна побудова навчального процесу з орієнтації на теоретичне мислення; використання методів проблемного навчання, забезпечення необхідної емоційно-доброзичливої атмосфери і активних способів розвитку самостійності дітей, їхньої фантазії, уяви; опора на зону найближчого розвитку дитини, диференційований підхід у навчанні.

У шкільному віці одним з ефективних способів розвитку здібностей до математики є рішення школярами нестандартних логічних задач. Крім того, розв'язування проблемних задач здатне прищепити інтерес дитини до вивчення "класичної" математики.

Психолого-педагогічна діяльність щодо створення умов для розвитку здібностей та обдарувань дітей і молоді тісно пов'язана з їх вихованням. Надавши обдарованій природою людині певну суму знань можна створити просто інтелектуала ("живий комп'ютер"), але не творця. Проблема розвитку здібностей обдарованої молоді людини можна вважати вирішеною лише за умови, коли у життя входить творча особистість з високим рівнем інтелекту, вихована на засадах моральності, тобто психологічно налаштована на соціально та суспільно корисну діяльність.

Література

1. Галак С.Є. Індивідуальна робота з розвитку творчих здібностей дітей // Шкільний світ. – 2000. – черв.(№12). – с.7-8.
2. Колінець Г.Г. Формування дослідницьких здібностей у старшокласників // Обдарована дитина. – 1999. - №5. – с. 10-13.
3. Кременський Б.Г. Обдарованість та проблема розвитку здібностей особистості // Практична психологія та соціальна робота. – 2004. - №12. – с.74-80.
4. Кричевец А.Н. О математических задачах и задачах обучения математике // Вопросы психологии. – 1999. - № 1. – с.32-42.
5. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. – М.: Просвещение, 1968. – 432 с.
6. М'ясоїд П.А. Загальна психологія: Навч. Посібник. – К., 1998. – с.416 – 436.
7. Мойсеєнко Л.А. Творче математичне мислення: психологічна сутність/ Л.А.Мойсеєнко // Обдарована дитина. – 2007. - №7. – с.20-29.
8. Моляко В.А. Творческая одаренность и воспитание творческой личности. – К., 1991.
9. Монько О. Плекаємо творчого учня/ О. Монько // Математика [газета]. – 2008. – Квітень (№14). – с.1-7.
10. Станіславська Г.П. Розвиток творчих здібностей школярів. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2007. – 64 с.
11. Третяк Т.М. Розв'язування учнями творчих задач за умов раптових заборон // Практична психологія та соціальна робота. – 2004. - №12. – с. 69-73.
12. Чувасова Ю. Розвиток природних обдарувань та творчих здібностей дітей // Психолог. – 2007. – груд.(№47). – с. 10-16.

ПРОГРАМИ СПЕЦКУРСІВ ТА КУРСІВ ЗА ВИБОРОМ В 5-11 КЛАСАХ

Завдання програми:

- розширювати навички та уміння учнів складати математичні моделі задач;
- узагальнювати і систематизовувати прийоми розв'язування текстових задач арифметичним способом;
- формувати вміння застосовувати властивості пропорції при розв'язуванні задач;
- формувати уміння і навички учнів розв'язувати задачі геометричного змісту;
- формувати уміння і навички учнів розв'язувати задачі складанням рівнянь;
- розвивати логічне мислення і зв'язне мовлення учнів;
- ознайомлювати учнів з різноманітними застосуваннями математики в промисловості, будівництві, на транспорті тощо.

Основні вимоги:

Учні повинні знати:

- алгоритми розв'язування основних (базових) задач;
 - типи задач та методи їх розв'язання;
 - залежності між величинами (швидкість, час і відстань; ціна, кількість і вартість тощо);
 - складати математичні моделі задач;
 - розв'язувати текстові задачі, що вимагають використання залежностей між величинами (швидкість, час і відстань; ціна, кількість і вартість тощо);
 - розв'язувати текстові задачі на дробі, відсотки, пропорційні величини, спільну роботу;
 - розв'язувати задачі геометричного змісту;
 - розв'язувати текстові задачі складанням рівнянь.
- Вивчення даного курсу розраховане на 70 год. При його вивченні протягом двох років тижневе навантаження становить 1 год. Розподіл годин між темами є орієнтовним і може змінюватися вчителем залежно від конкретних умов.

ЗМІСТ ПРОГРАМИ

5 клас

(1 год на тиждень, разом 35 год)

Вступ (1 год)

Роль задач у процесі вивчення математики та у повсякденному житті. Прикладні задачі.

Складові частини задачі. Загальні способи пошуку розв'язування задачі.

Тема 1. Арифметичний спосіб розв'язування задач (3 год)

Прості задачі. Класифікація задач за характером застосування арифметичних дій:

- задача на знаходження суми та різниці;
- задача на знаходження невідомих компонентів;

- задача на збільшення або зменшення чисел на кілька одиниць (у прямій і непрякій формі);
 - задача на різницеве порівняння чисел.
- Схематичні малюнки до задач.

Складені задачі. Аналіз задачі. Пряма та обернені задачі. Розв'язування задач і складання обернених до них.

Тема 2. Задачі на обчислення тривалості подій (2 год)

Задачі на обчислення часу в межах доби. Задачі на обчислення часу в межах місяця. Задачі на обчислення часу в межах століття.

Тема 3. Задачі на рух (6 год)

Формула шляху. Рух з одночасним виходом:

а) рух в протилежних напрямках; б) рух в одному напрямі.

Графічне зображення змісту задачі на рух.

Рух з неодноразовим виходом. Комбіновані задачі на рух.

Рух у водоймах. Поняття швидкості: власної, за течією, проти течії. Формули зв'язку між швидкостями.

Комбіновані задачі на рух у водоймах.

Тема 4. Задачі на числові залежності (2 год)

Знаходження чисел за їх сумою та різницею.

Наочна ілюстрація задач.

Знаходження чисел за їх сумою (різницею) і кратним відношенням. Схематичні малюнки в частинах.

Тема 5. Задачі на використання середніх значень (3 год)

Середнє арифметичне. Задачі на знаходження і застосування середнього арифметичного кількох чисел. Задачі з використанням середніх значень (середня швидкість, урожайність, продуктивність тощо).

Тема 6. Алгебраїчний спосіб розв'язування задач (3 год)

Загальні підходи до розв'язування задач за допомогою рівнянь. Етапи алгебраїчного методу розв'язування текстової задачі. Складання математичної моделі. Формули зв'язку між різними величинами.

Задачі з абстрактними числовими даними. Задачі з однойменними значеннями величин. Задачі з різнойменними значеннями величин.

Тема 7. Задачі на частини (4 год)

Задачі на знаходження дробу від числа.

Задачі на знаходження числа за його дробом.

Задачі на знаходження частини, яку становить одне число від другого.

Комбіновані задачі.

Тема 8. Задачі геометричного змісту (2 год)

Формули периметра, площі та об'єму. Використання формул для розв'язування задач.

Тема 9. Задачі на відсоткові розрахунки (6 год)

Поняття відсотка. Три типи найпростіших задач на відсотки:

- задачі на знаходження відсотка від даного числа;
- задачі на знаходження числа за його відсотком;
- задачі на знаходження відсоткового відношення двох чисел.

Розв'язування задач методом зведення до одиниці. Розв'язування задач методом зведення до відповідних задач на дробі.

Розв'язування складніших задач на відсотки.

Тема 10. Цікаві задачі (3 год)

Задачі на кмітливість, задачі-жарту, задачі-ігри, задачі на магічні квадрати, задачі з логічним навантаженням, комбіновані задачі.

6 клас

(1 год на тиждень, разом — 35 год)

Тема 1. Задачі на рух (6 год)

Формула шляху. Рух з одночасним виходом.

Рух з неоднотимчасним виходом. Комбіновані задачі на рух.

Рух у водоймах. Комбіновані задачі на рух у водоймах.

Тема 2. Задачі на спільну роботу (4 год)

Задачі на роботу з трьома різноименими величинами (продуктивність праці, час, кількість виконаної роботи). Задачі на спільну роботу.

Тема 3. Задачі на відсоткові розрахунки (6 год)

Основні типи задач на відсотки. Відсоткові обчислення, які пов'язані з фінансовими операціями. Формула складних відсотків.

Задачі на суміші і сплави, розчини.

Розв'язування складніших задач на відсотки.

Тема 4. Задачі на пропорційні величини (4 год)

Задачі на пропорційний поділ. Задачі з прямо пропорційними величинами. Задачі з обернено пропорційними величинами. Розв'язування задач за допомогою складання пропорцій.

Задачі на розчини, сплави та суміші. Розв'язування задач за допомогою пропорцій. Задачі комбінованого характеру. Задачі з трьома пропорційними величинами (метод зведення до одиниці, складання двох пропорцій).

Тема 5. Розв'язування задач складанням рівнянь (8 год)

Рівняння як основний засіб математичного моделювання прикладних задач. Задачі з одноименими величинами. Різні способи розв'язування задач.

Задачі на рух. Задачі на відсотки. Задачі на суміші, сплави.

Задачі на пропорційний поділ та пропорційні залежності.

Задачі на спільну роботу.

Тема 6. Задачі підвищеного рівня складності (7 год)

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

У шкільній практиці основною формою розв'язування задач на заняттях з математики є колективний аналіз задачі з наступним докладним її розв'язанням. При цьому необхідно пам'ятати, що розв'язання однієї задачі кількома способами значно корисніше, ніж розв'язування одним способом кількох задач. Розглядаючи розв'язування задач кількома способами, вчитель повинен орієнтувати учнів на пошуки красивих, витончених розв'язків математичних задач. Тим самим він сприятиме естетичному вихованню учнів та підвищенню їхньої математичної культури. Після розв'язування задачі кількома способами важливо підбити підсумок проведеної роботи, акцентувати увагу учнів на необхідності тих прийомів, які будуть потрібні їм у наступній діяльності.

При розв'язуванні текстових задач короткий запис умови у вигляді таблиць, малюнків, графіків, діаграм допомагає схематизувати матеріал, при цьому знаково-символічні записи мають велике орієнтовне значення, оскільки дають можливість одночасно бачити всі зв'язки між даними. Кращому і швидкому осмисленню суті явища, зафіксованому у схемі, допомагає зменшення кількості перекодувань, які потрібно зробити при співставленні схеми з реальною ситуацією. Тому застосована схема має бути розумно скороченою і спрощеною порівняно з реальним явищем, найбільш природною для кожної задачі.

Протягом усього курсу типи задач повинні повторюватися в наступних розділах, де вони включаються до складніших задач і видозмінюються введенням додаткових умов.

У курсі математики 5–6 класів провідне місце має займати арифметичний спосіб, але потрібно поставитися з увагою і до використання алгебраїчного способу. Він повинен не насильно замінити арифметичний, а використовуватися у випадках, коли арифметичний буде складніший за алгебраїчний. На різних типах задач учням потрібно показати переваги того чи іншого методу.

Рівняння до розв'язування задач починають застосовувати лише після розглядання основних відомостей про рівняння у 5 класі. Програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів певним чином регламентує цю роботу вказівками «Приклади розв'язування текстових задач за допомогою рівнянь». При цьому значну увагу треба приділити пропедевтичній роботі, а саме попрацювати з підготовчими вправами такого характеру: «Записати кількома способами: а) a менше b на m ; б) x більше y втричі; в) половина c більша від a на 10 і т.д.»

У процесі розв'язування задач необхідно привчати учнів до постійного самоконтролю і повторного аналізу всіх елементів розв'язання.

1. Вишенський В. А., Перестюк М. О., Са-ойленко А. М. Задачі з математики. — К.: Вища шк., 1985.
2. Возняк Г. М., Литвиненко Г. М., Мальозанний Ю. І. Алгебра: Підр. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2002.
3. Возняк Г. М., Маланюк К. П. Взаємозв'язок теорії з практикою в процесі вивчення математики. — К.: Рад. шк., 1989.
4. Возняк Г. М., Маланюк К. П. Прикладна спрямованість шкільного курсу математики. — К.: Рад. шк., 1984.
5. Дубинчук О. С. Математика в 4 і 5 класах. Методичний посібник. — К.: Рад. шк., 1986.
6. Эсаулов А. Ф. Психология решения задач. — М.: Высш. шк., 1992.
7. Жураківська В. Г. Розв'язування текстових задач // Математика. — № 3. — 1999.
8. Кострикина Н. П. Задачи повышенной трудности в курсе математики 4—5 классов. Книга для учителя. — М.: Просвещение, 1986.
9. Маергойз Д. М., Дубинчук О. С. Методика викладання арифметики в V—VI класах восьмирічної школи. — К.: Рад. шк., 1966.
10. Мерзляк А. Г., Полянський В. Б., Рабинович Ю. М., Якір М. С. Дидактичні матеріали. — К.: КІМО, 1998.
11. Мишин В. И. Методы преподавания математики в средней школе. — М.: Просвещение, 1987.
12. Пойа Д. Как решать задачу. — М.: Учпедгиз, 1959.
13. Фридман Л. М., Турецкий Е. Н. Как научиться решать задачи. — М.: Просвещение, 1984.
14. Шарыгин И. Ф., Голубев В. И. Факультативный курс по математике. Решение задач. — М.: Просвещение, 1991.

Віра БОЖКО

Елементи теорії множини. Комбінаторика (7–9 класи)

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Програма курсу передбачає ознайомлення з темою «Елементи теорії множин. Комбінаторика». Зміст його має сприяти розвитку комбінаторного мислення, підвищенню інтересу учнів до математики, допомагає задовольнити пізнавальні інтереси школярів та вибрати в подальшому напрям профілю навчання у старшій школі.

Як зазначається у Концепції 12-річної школи України, гуманістичні цінності освіти зумовлюють зміну авторитарно-дисциплінарної моделі навчання на особистісно-орієнтовану. Особистісний підхід до навчання, зокрема, реалізується за допомогою спеціальних курсів за вибором. Створюється можливість гнучкої варіативності змісту математичної освіти згідно з інтересами, нахилами, здібностями учнів та їх орієнтації на майбутню професію.

Комбінаторика довгий час входила до обов'язкової програми з математики, а пізніше була рекомендована для вивчення на факультативних заняттях. Проте існує багато проблем теорії інформації, складання та декодування шифрів, виробництва, транспортування, розміщення підприємств, вивчення складу різних речовин, тобто проблем усіх галузей людської діяльності, які мають комбінаторний характер. Це зумовлює актуальну потребу сформованості гнучкості, варіативності, критичності, динамічності мислення, здатності висувати гіпотези перебігу подій та її підтвердження, тобто сформованості комбінаторного мислення.

Комбінаторика набула свого другого народжен-

ня завдяки виникненню ЕОМ. З'явилася можливість розв'язувати значно ширше коло комбінаторних задач методом перебору, що реалізується на ЕОМ. З цим матеріалом тісно пов'язані задачі оптимізації комбінаторного типу, які розвивають мислення учнів, спонукають до творчої діяльності, викликають зацікавленість математикою та інформатикою. Пошук з поверненням, метод гілок і границь, евристичний пошук — найпростіші методи розв'язування таких задач.

Згідно з Державним стандартом базової загальної освіти в Україні, у тому числі й математики, у якому визначені цілі розвитку освітньої галузі, що відповідають об'єктивним вимогам сучасного життя, традиційні змістові лінії доповнено змістовою лінією «Елементи теорії множин. Комбінаторика», визначено необхідний мінімум для продовження освіти навчання з цієї теми та вимоги до його засвоєння. Програмою з математики для загальноосвітніх середніх закладів вивчення комбінаторики віднесено до 11 класу.

В основній школі ці питання розглядаються тільки в класах з поглибленим вивченням математики. Проте існує велика кількість шкіл (і в цьому специфіка системи освіти України) з одним класом універсального профілю (переважно це сільські школи), де немає можливості формувати в основній школі окремі класи з поглибленим навчанням математики. Даний курс може бути використаний для проведення індивідуальної чи групової роботи у таких класах.

Включення курсів за вибором в особистісно-орієнтовану систему навчання основної школи

допомагає глибше ознайомити учнів з математичними ідеями та методами, спонукає до перших математичних досліджень.

Курс розрахований на 17 год протягом одного півріччя для учнів 7—9 класів. Важливою складовою організації навчального процесу є самостійні роботи: індивідуальне вивчення обраної теми, написання рефератів, виступи на семінарах з доповідями.

Комбінаторика з її прикладним застосуваннями зацікавлює учнів, переконує їх у реальності і корисності вивчення цієї теми.

Зміст програми

(17 год на тиждень, разом 51 год)

7 клас. Основні поняття теорії множин. Основні операції над множинами. Комбінаторика, комбінаторні задачі. Безпосередній перебір. Графічні засоби перебору. Комбінаторні правила додавання та множення.

8 клас. Взаємодозначна відповідність між множинами. Формула включень і виключень. Перестановки.

9 клас. Кількість підмножин скінченної множини. Розміщення і комбінації без повторень. Властивості комбінацій, трикутник Паскаля. Біном Ньютона. Рівняння і нерівності, що містять комбінаторні вирази.

Тематичне планування

7 клас (1 год на тиждень, разом 17 год)

№	Тема	Кількість годин
1	Множина. Елемент множини. Відношення належності елемента множині. Підмножина. Порожня множина. Скінченні та нескінченні множини. Упорядковані і неупорядковані множини	1
2	Способи задання множин. Діаграми Ейлера-Вена	1
3	Числові множини	1
4	Об'єднання множин, переріз і різниця множини	1
5	Розв'язування задач	1
6	Семінарське заняття: «Історія виникнення та розвитку комбінаторики»	1
7	Комбінаторні задачі на безпосередній перебір	1
8	Наочні засоби організації перебору: таблиці, схеми, граfi	1
9	Розв'язування задач	1
10	Комбінаторне правило додавання	1
11	Розв'язування задач	1
12	Комбінаторне правило множення	1

№	Тема	Кількість годин
13—14	Розв'язування задач	2
15	Семінарське заняття: «Видатні математики минулого: Г. Кант, Дж. Кордано, Г. Лейбніц, Б. Паскаль, Н. Тарталья, П. Ферма»	1
16	Урок систематизації	1
17	Підсумковий урок.	1

Орієнтовні результати:

мати уявлення:

- про множину, підмножину, елемент множини, відношення належності, порожню множину, універсальну множину, скінченну і нескінченну множини, упорядковану і неупорядковану множини, числові множини, об'єднання, переріз, різницю множин;

- про комбінаторику як розділ математики;

- про наочні засоби перебору (таблиці, схеми, дерева логічних можливостей);

- про комбінаторні правила;

знати:

- означення основних понять теорії множини;

- основні операції над множинами;

- комбінаторні правила додавання і множення;

вміти:

- читати і записувати теоретико-множинні терміни та символи;

- виконувати основні операції над множинами;

- зображати множини та основні операції над множинами за допомогою діаграм Ейлера—Вена;

- розв'язувати комбінаторні задачі безпосереднім перебором;

- застосовувати наочні засоби перебору;

- розв'язувати комбінаторні задачі за допомогою комбінаторних правил додавання і множення.

8 клас (1 год на тиждень, разом 17 год)

№	Тема	Кількість годин
1	Основні поняття теорії множин, основні операції над множинами	1
2—3	Розв'язування задач	2
4	Комбінаторні правила додавання та множення	1
5—6	Розв'язування задач	2
7	Формула включень і виключень	1
8	Розв'язування задач	1
9	Перестановки	1
10	Розв'язування задач	1
11	Розв'язування задач	1
12	Семінарське заняття: «Видатні математики сучасності: Б. В. Гнеденко, В. Я. Буняковський, Н. Я. Віленкін, А. В. Колмогоров, М. Й. Ядренко»	1
13	Розв'язування задач	1
14	Розв'язування задач	1
15	Семінарське заняття: «Зв'язок комбінаторики з іншими галузями науки»	1
16	Урок систематизації	1
17	Підсумкове заняття	1

Орієнтовні результати:

мати уявлення:

- про взаємодозначну відповідність між множинами;

- про перестановки;

знати:

- формулу включень й виключень для трьох і більше множин;

- означення факторіала;

- формулу кількості перестановок;

вміти:

- застосовувати формулу включень й виключень при розв'язуванні задач;

- розв'язувати комбінаторні задачі на визначення кількості перестановок.

9 клас (1 год на тиждень, разом 17 год)

№	Тема	Кількість годин
1	Основні поняття теорії множини. Основні операції над множинами	1
2	Кількість підмножин скінченної множини	1
3	Комбінаторні правила додавання та множення	1
4	Сполуки без повторень	1
5	Розв'язування задач	1
6	Формула кількості розміщень з n елементів по k без повторень	1
7	Формула кількості комбінацій n елементів по k без повторень	1
8	Розв'язування задач	
9	Властивості комбінацій з n елементів по k	1
10	Трикутник Паскаля	1
11	Біном Ньютона	1
12	Властивості формули бінома Ньютона	1
13	Розв'язування задач	1
14	Розв'язування рівнянь і нерівностей, що містять комбінаторні вирази	1
15	Розв'язування задач	1
16	Урок систематизації	1
17	Підсумкове заняття	1

Орієнтовні результати:

мати уявлення:

- про кількість підмножин скінченної множини;

- про сполуки без повторень;

- про трикутник Паскаля;

- про біном Ньютона;

- про рівняння і нерівності, що містять комбінаторні вирази;

знати:

- теорему про кількість підмножин скінченної множини;

- формулу кількості розміщень з n елементів по k без повторень;

- формулу кількості комбінацій з n елементів по k без повторень;

- властивості комбінацій з n елементів по k без повторень;

- принцип побудови трикутника Паскаля;

- властивості трикутника Паскаля;

- формулу бінома Ньютона та її властивості;

вміти:

- за допомогою правила множення отримувати формули кількості розміщень і комбінацій з n елементів по k без повторень;

- проводити порівняння і класифікацію понять сполук без повторень;

- перекладати задачу мовою комбінаторики, будувати її дискретну модель та розв'язувати, застосовуючи поняття сполук без повторень, правила додавання і множення;

- доводити основні властивості комбінацій з n елементів по k без повторень;

- будувати трикутник Паскаля;

- розв'язувати задачі на застосування формули бінома Ньютона;

- розв'язувати рівняння і нерівності, що містять комбінаторні вирази.

ЛІТЕРАТУРА

1. Божко В. Г. Елементи комбінаторики у 8 класі // Матем. в шк. — К.: 2003, № 8, 9.
2. Боровик В. Н. До вивчення розділу «Елементи комбінаторики» в курсі «Алгебра і початки аналізу» // Матем. в шк. — К.: 2000, № 3, 4.
3. Ващенко Л. І. Задачі на біном Ньютона // Матем. в шк. — К.: 2002, № 4.
4. Ващенко Л. І. Задачі на біном Ньютона // Матем. в шк. — К.: 2003, № 1.
5. Ващенко Л. І. Задачі з комбінаторики // Матем. у шк. — К.: 2003, № 5.
6. Вилєнкін Н. Я. Комбінаторика. — М.: Наука, 1969.
7. Вилєнкін Н. Я. Популярна комбінаторика. — М.: Наука, 1975.
8. Глейзер Г. И. История математики в школе. IX—X кл.: Пособие для учителей. — М.: Просвещение, 1964.
9. Ежов І. І. Скорюход О. В., Ядренко М. Й. Елементи комбінаторики. — К.: Вища освіта, 1977.
10. Істер О. Комбінаторика, біном Ньютона та теорія ймовірностей у школі. — К.: Факт, 1997.
11. Програма для класів з поглибленим вивченням математики (8—11 класи). Програми для загальноосвіт. навч. закладів. Математика. 5—11 класи. — К.: Шкільний світ, 2001.
12. Пустовойтов В. Елементи теорії множин у школі // Матем. в шк. — К.: 2001, № 3, 4.
13. Халамайзер А. Я. Комбінаторика і біном Ньютона: Пособие для учащихся 9—10 кл. — М.: Просвещение, 1980.
14. Шкіль М. І., Колесник Т. В., Хмара Т. М. Алгебра та початки аналізу: Підруч. для 11 кл. з погл. вивч. математики в серед. закл. освіти. — К.: Освіта, 2001.
15. Ядренко М. Й. Дискретна математика: Навч. посібн. — К.: Експрес, 2003.

Методи геометричних побудов (8 клас)

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Геометричні задачі на побудову мають важливе методологічне значення. Їх важливість зумовлюється особливостями наукової структури курсу геометрії, провідним компонентом якого є конструктивізм.

Основною метою даного курсу є формування і розвиток творчої активності учнів, самостійності мислення, підвищення математичної та алгоритмічної культури.

Розв'язування задач на побудову сприяє правильному розумінню учнями геометрії як науки про властивості просторових фігур, ґрунтовному засвоєнню програмового матеріалу з геометрії, виробленню умінь практично застосовувати його, а також активно формує логічне мислення учнів, спонукає до творчості.

Опрацювання навчальних тем програми курсу за вибором «Методи геометричних побудов» сприятиме розвитку навичок і вмінь самостійної пошукової, дослідницької та творчої діяльності; розвитку логічного та критичного мислення; проникливості та спостережливості.

Курс «Методи геометричних побудов» пропонується для учнів 8 класу з поглибленим вивченням математики, хоча може бути використаним для проведення факультативних занять у 8—9 класах загальноосвітніх шкіл. Вивчення курсу розраховано на 35 год, тижневе навантаження становить одну годину. Запропонований зміст занять, структурування матеріалу та розподіл навчальних годин орієнтовні і можуть бути дещо змінені залежно від індивідуальних можливостей та потреб учнів.

Згідно з основними напрямами реформи загальноосвітньої школи її завдання полягає в тому, щоб допомогти учням виробити самостійність мислення, творчу активність.

Формування мислення учнів, активізація їх творчої активності здійснюється через розв'язування задач. Зокрема, важливість задач на побудову зумовлюється особливостями наукової структури курсу геометрії 7—9 класів, провідним компонентом якої є конструктивізм: майже всі геометричні поняття означаються конструктивно, доведення всіх теорем спирається на використання фігур, реальне існування яких можна підтвердити побудовою. У свою чергу, задачі на побудову пов'язані з геометричними задачами на доведення, дослідження та обчислення. Отже, задачі на побудову мають розвивати в учнів конструктивний підхід до осмислення всього комплексу геометричних знань.

Важливим є ще й те, що розв'язування задач на побудову — це ефективний засіб для розвитку алгоритмічної культури учнів, можливість учити їх мислити творчо, адже специфіка більшості задач на побудову така, що при заданих елементах умови одна і та сама задача може мати різну кількість розв'язків, та й не лише розв'язків, а й способів розв'язання.

Розв'язування задач на побудову сприяє правильному розумінню учнями геометрії, ґрунтовному засвоєнню програмового матеріалу, виробленню умінь практично застосовувати його, сприяє розвитку творчості, логічного мислення та просторової уяви.

ПРОГРАМА КУРСУ

(1 год на тиждень, разом 35 год)

Тема 1. Поняття про геометричні побудови циркулем і лінійкою. Основні задачі на побудову (6 год)

Суть геометричних побудов циркулем та лінійкою. Зміст задач на побудову: дані елементи задачі, зв'язки і конфігурації, шукані елементи.

Умови побудови конкретних фігур (елементарні побудови): прямої, променя, відрізка, трикутника, многокутника, кола тощо.

Основні задачі на побудову: поділ відрізка навпіл; побудова суми (різниці) відрізків або кутів; поділ відрізка на n рівних частин або у певному відношенні; побудова кута, рівного даному; побудова бісектриси кута; побудова прямої, що проходить через дану точку і перпендикулярна до даної прямої; побудова трикутника: за трьома сторонами, за стороною та прилеглими до неї кутами, за двома сторонами та кутом між ними; побудова геометричного місця вершин рівних кутів, сторони яких проходять через кінці даного відрізка.

Етапи розв'язування задачі на побудову: аналіз, побудова, доведення та дослідження; їх суть. Розв'язування задач.

Тема 2. Метод геометричних місць (6 год)

Поняття геометричного місця точок (ГМТ). Основні ГМТ:

- 1) які знаходяться на даній відстані від даної точки;
- 2) рівновіддалених від двох даних точок;
- 3) рівновіддалених від сторін кута;
- 4) рівновіддалених від двох даних паралельних прямих;
- 5) віддалених на задану відстань від даної прямої;

б) геометричне місце вершин рівних кутів, сторони яких проходять через кінці даного відрізка.

Суть методу ГМТ у задачах на побудову. Розв'язування задач.

Тема 3. Методи геометричних перетворень (16 год)

1) Метод симетрії (3 год)

Поняття про симетрію відносно точки та прямої. Основні властивості осової та центральної симетрії (без доведення); фігури, що мають центр та вісь симетрії. Побудова фігур у перетворенні осової та центральної симетрії.

Метод симетрії у задачах на побудову, його суть. Розв'язування задач.

2) Метод паралельного перенесення (3 год)

Поняття про паралельне перенесення. Основні властивості паралельного перенесення (без доведення). Побудова фігур у перетворенні паралельного перенесення.

Метод паралельного перенесення у задачах на побудову, його суть. Розв'язування задач.

3) Метод обертання (2 год)

Поняття про обертання навколо точки. Основні властивості обертання (без доведення). Побудова фігур у перетворенні обертання навколо точки.

Метод обертання в задачах на побудову, його суть. Розв'язування задач.

4) Метод подібності (3 год)

Поняття про перетворення подібності. Основні властивості перетворення подібності (без доведення). Гомотетія. Побудова гомотетичних фігур.

Метод подібності в задачах на побудову, його суть. Розв'язування задач.

5) Алгебраїчний метод (3 год)

Геометричні побудови алгебраїчних виразів та найпростіших формул.

Алгебраїчний метод розв'язування задач на побудову, його суть. Розв'язування задач.

Тема 4. Циркуль та лінійка як інструменти побудови (7 год)

Узагальнення та систематизація методів розв'язування задач на побудову. Застосування різних методів розв'язування задач на побудову для розв'язування задач підвищеного та поглибленого рівня складності, олімпіадних задач.

Побудова одним циркулем. Розв'язування задач на побудову одним циркулем.

Побудова однією лінійкою. Розв'язування задач на побудову однією лінійкою.

(Деякі задачі, які не розв'язуються за допомогою циркуля та лінійки: задача подвоєння кубу (Делоська задача); задача про трисекцію кута; спрямлення кола і квадратура круга).

Узагальнення та систематизація вивченого за рік.

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

Для подання курсу «Методи геометричних побудов» найкраще використовувати лекційно-семінарську, групову та індивідуальну форми роботи. Це дає змогу заощаджувати навчальний час при розв'язуванні задач та формувати навички творчої індивідуальності учнів. На уроках доцільно приділяти особливу увагу виробленню умінь учнів знаходити раціональні способи побудови шуканої фігури, доводити правильність виконаної побудови, аналізувати кількість розв'язків задачі залежно від її даних, спонукати учнів до пошуку декількох способів розв'язування однієї задачі та вибору найоптимальнішого. Саму ж побудову шуканої геометричної фігури не завжди є доцільним виконувати на уроці, а краще запропонувати учням відтворити фігуру за складеним на уроці планом удома з подальшою перевіркою правильності виконаної побудови на наступному уроці.

ЛІТЕРАТУРА

1. Александров И. И. Сборник геометрических задач на построение — М.: Учпедгиз, 1964.
2. Бурда М. І. Розв'язування задач на побудову в 6—8 класах — К.: Рад. шк., 1986.
3. Бурда М. І., Савченко Л. М. Геометрія. Навч. посіб. для 8—9 класів шкіл з поглибленим вивченням математики. — К.: Освіта, 1996.
4. Вишенський В. А., Перестюк О. М., Самойленко А. М. Збірник задач з математики. Посібник для вступників до ВУЗів. — К.: Либідь, 1993.
5. Гайштут О. Г. Геометрія, 7—11 класи. Планіметрія. Стереометрія. Збірник задач — К.: КІМО, 1999.
6. Говоров В. М., Дыбов П. Т., Мирошин Н. В., Смирнова С. Ф. Сборник конкурсных задач по математике. — М.: Наука, 1986.
7. Дорофеев Г. В., Потапов М. К., Розов Н. Х. Пособие по математике для поступающих в ВУЗы — М.: Наука, 1972.
8. Залогин Н. С. Конкурсные задачи по математике. — К.: Техника, 1964.
9. Капінос А. М. Математика. 8 клас. Підвищений рівень підготовки. Дидактичні матеріали. — Дніпропетровськ, 1996.
10. Киселев А. П. Элементарная геометрия. Книга для учителя. — М.: Просвещение, 1980.
11. Кушнір І. А. Методи розв'язування задач з геометрії. Книжка для вчителя — К.: Абрис, 1994.
12. Кушнір І. А. Побудова трикутника. Енциклопедія розв'язування задач. — К.: Либідь, 1994.
13. Лоповок Л. М. Позиційні задачі на побудову в курсі планіметрії. Викладання математики в школі — К.: Рад. шк., 1969.
14. Математика. Завдання для письмового екзамену в 9 класах з поглибленим вивченням математики. — Дніпропетровськ, 1996.
15. Финкельштейн Л. П. Домашний репетитор. Задачи с модулем. Задачи на построение. — К.: Евроиндекс Лтд, 1995.
16. Финкельштейн Л. П. Задачи на построение. — К.: Манускрипт, 1993.

Параметри (8–9 класи)

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Доцільність програми зумовлена становленням у 8–9 класах передпрофільних інтересів, необхідністю різнорівневого вивчення курсу математики та проведення фахової орієнтації.

Завдання програми:

- сприяти становленню передпрофільних інтересів учнів;
- реалізувати різнорівневе вивчення курсу математики методами розвиваючого навчання.
- забезпечувати високий рівень математичної підготовки шляхом систематизації, узагальнення навчальних досягнень учнів з алгебри при вивченні параметрів;
- формувати уявлення про задачі з параметрами, навички їх розв'язування за допомогою складання схем, алгоритмів;
- ліквідувати розбіжність між рівнем навчальних досягнень з математики випускників школи та вимогами до математичної підготовки абітурієнтів вищих навчальних закладів (за умови продовження курсу в 10–11 класах).

Програма побудована відповідно до тем, що входять до основної програми з математики, тому забезпечує глибше засвоєння курсу алгебри. Специфіка задач з параметрами полягає в тому, що вони охоплюють усі теми алгебри, тому є унікальним засобом для систематизації і узагальнення навчальних досягнень учнів. Високий рівень абстрагування та алгоритмізації, що містять задачі з параметрами, розвиває евристичні, дослідницькі прийоми роботи, вміння встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, культуру мислення, ініціативу, творчість, а також забезпечує інтелектуальний розвиток особистості.

Учні повинні мати уявлення про:

- параметри, область зміни параметра;
 - лінійне, дробово-раціональне, квадратне рівняння з параметрами, систему двох рівнянь з двома змінними і параметром;
 - визначник системи двох лінійних рівнянь з двома невідомими;
 - множину графіків прямих та кривих, що мають спільну властивість («сім'я прямих», «сім'я кривих»);
 - нерівність з параметрами;
- знати:
- означення рівняння з параметрами;
 - означення допустимих значень параметра;
 - означення області зміни параметра;

- означення лінійного, дробово-раціонального, квадратного рівняння з параметрами;
- алгоритм аналітичного розв'язування рівняння з параметрами;
- алгоритм графічного розв'язування рівняння з параметрами;

вміти:

- порівнювати вирази з параметрами;
- складати схему для дослідження і розв'язування рівнянь з параметрами;
- розв'язувати лінійні, дробово-раціональні, квадратні рівняння з параметрами, а також системи двох рівнянь з двома змінними і з параметром;
- досліджувати кількість розв'язків рівнянь і систем залежно від параметрів;
- розв'язувати задачі, пов'язані з розташуванням коренів квадратного рівняння відносно даних чисел на числовій прямій.

№ п/п	Тема уроку	К-сть годин
	8 клас (1 год на тиждень, разом 35 год)	
1	Параметри в лінійних рівняннях Систематизація і узагальнення навчальних досягнень учнів з теми «Рівняння» Перехід від однотипних рівнянь (класу рівнянь) до рівняння з параметрами	10 1
2	Поняття параметра як «тимчасової змінної». Область зміни параметрів. Порівняння виразів з параметром	1
3	Лінійне рівняння та його розв'язання в загальному вигляді. Кількість коренів лінійного рівняння та їх залежність від значення параметрів	1
4, 5	Розв'язання лінійних рівнянь з параметрами, складання схеми-алгоритму розв'язання лінійного рівняння з параметрами. «Розгалуження» рівняння	2
6, 7	Задачі на дослідження кількості коренів лінійного рівняння залежно від значень параметрів	2
8, 9	Графічне зображення лінійного рівняння з параметрами. Поняття «сім'я прямих» зумовлене наявністю параметра: паралельні прямі та прямі, що проходять через спільну точку	2
10	Практична робота з теми: «Параметри в лінійних рівняннях»	1
	Системи лінійних рівнянь з двома змінними і параметрами	10
11	Систематизація і узагальнення на-	1

№ п/п	Тема уроку	К-сть годин
12, 13, 14—16, 17—19	вчальних досягнень учнів з теми «Системи лінійних рівнянь з двома змінними». Дослідження розв'язків системи в загальному вигляді Дослідження систем лінійних рівнянь з двома невідомими і параметром Розв'язання систем лінійних рівнянь з двома невідомими і параметром Поняття визначника системи двох лінійних рівнянь з двома змінними. Розв'язання і дослідження системи методом визначників	2 3 3
20	Практична робота з теми: «Системи лінійних рівнянь з двома змінними і параметром»	1
	Параметри в рівняннях з модулем, дробово-раціональні та квадратні рівняння з параметром	15
21, 22	Модуль. Рівняння з модулем. Модуль і параметри в рівняннях та системах рівнянь	2
23	Дробово-раціональні рівняння з параметрами. Область зміни параметра та область допустимих значень змінної	1
24, 25	Розв'язання дробово-раціональних рівнянь з параметрами	2
26	Квадратні рівняння. Розв'язання квадратних рівнянь у загальному вигляді	1
27—29	Квадратні рівняння з параметрами	3
30, 31	Дослідження кількості розв'язків квадратного рівняння залежно від значення параметра	2
32, 33	Теорема Вієта в задачах з параметрами	2
34	Урок узагальнення та систематизації навчальних досягнень учнів з теми «Параметри в рівняннях з модулем, дробово-раціональних та квадратних рівняннях»	1
35	Практична робота з теми: «Параметри в рівняннях з модулем, дробово-раціональні та квадратні рівняння з параметрами»	1
	9 клас (1 год на тиждень, разом 35 год)	
	Нерівності з параметрами	9
1—3	Повторення і систематизація навчального матеріалу з курсу «Параметри»	3
4	Лінійні нерівності	1
5	Розв'язування лінійних нерівностей у загальному вигляді	1
6—8	Розв'язування лінійних нерівностей з параметрами	3
9	Практична робота з теми «Нерівності з параметрами»	1
	Функції: пряма пропорційність, лінійна, квадратична	11

№ п/п	Тема уроку	К-сть годин
10	Функція пряма пропорційність: $y = kx$, де x і y — змінні, k — параметр	1
11	Лінійна функція: $y = kx + b$, де x і y — змінні, k і b — параметри	1
12—13	Перетворення графіків функцій. Поняття «Сім'я кривих», зумовлене параметром	2
14—19	Квадратична функція. Задачі, пов'язані з розташуванням коренів квадратичного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ відносно чисел m і n на числовій прямій: • обидва корені більші за m • обидва корені менші за m • число m знаходиться між коренями на числовій прямій • обидва корені знаходяться на відрізку $[m; n]$ • один з коренів знаходиться на відрізку $[m; n]$, інші — поза відрізком	6
20	Практична робота з теми: «Функції: пряма пропорційність, лінійна і квадратична»	1
	Графічний метод розв'язування задач з параметрами	15
21—22	Задачі на дослідження кількості розв'язків рівнянь з параметрами	2
23—27	Графічне розв'язування рівнянь з параметрами	5
28—31	Графічне розв'язування рівнянь з параметрами	4
32—34	Графічне дослідження і розв'язування систем рівнянь з параметрами	3
35	Практична робота з теми: «Графічний метод розв'язування задач з параметрами»	1

ЛІТЕРАТУРА

- Бевз Г. П. Алгебра: Пробний підручник для 7—9 кл. серед. шк. — К.: Освіта, 2001.
- Бевз В. Г., Мерзляк А. Г., Слєпкань З. І. Програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, 5—11 класи. — К.: Матем. в шк. — 2003. — № 6.
- Гайштут О. Г., Литвиненко Г. П. Розв'язування алгебраїчних задач. — К.: Рад. шк., 1991.
- Горштейн П. І., Полонський В. Б., Якір М. С. Задачі з параметрами. — К.: РІА «Текст», МП «ОКО», 1992.
- Каплан Я. Л. Рівняння. — К.: Рад. шк., 1968.
- Кушнір І. А. Шелевіри шкільної математики: Задачі з розв'язаннями. — К.: Астарта, 1995.
- Лобанова Л. В., Фількенштейн Л. П. Вибрані задачі елементарної математики. — К.: Вища шк., 1989.
- Назаренко О. М., Назаренко Л. Д. Тисяча і один приклад. Рівності і нерівності. — Суми: «Слобожанщина», 1994.
- Фількенштейн Л. П. Домашній репетитор. Вибрані глави конкурсної математики в методах і задачах. — Книга четверта. Параметри. — К.: Євроіндекс Лтд, 1995.
- Ястребинецький Г. А. Задачі з параметрами. — М.: Просвещение, 1986.

Задачі з модулями (8–9 класи)

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Поняття «модуль числа» згідно з діючою програмою та базовими підручниками вводиться в курсі математики загальноосвітньої школи в 6 класі. Але завдань для розв'язування з даної теми занадто мало як у 6, так і у старших класах.

Засвоєння поняття модуля числа потрібне не лише для оволодіння алгоритмами арифметичних дій з додатними та від'ємними числами. Воно сприяє формуванню в учнів абстрактного та алгоритмічного видів мислення, логічного мислення типу розгалуження (при використанні алгебраїчного змісту модуля); пошукової евристичної діяльності (при пошуку раціональних способів розв'язування).

Оволодіння навичками розв'язування задач на модуль числа є умовою не тільки успішного складання вступного іспиту з математики, а й для подальшого вивчення курсу вищої математики.

Вивчення курсу розраховано на 68 год.

При вивченні курсу протягом 2-х років (8–9 кл.), тижневе навантаження становить одну годину. Розподіл годин між темами умовний і може змінюватися вчителем залежно від потреб і можливостей конкретної групи учнів.

8 клас

(1 год на тиждень, разом 34 год)

Вступ (2 год)

Поняття модуля числа. Означення модуля числа. Дві найголовніші властивості модуля числа: $|a| \geq 0$, $|-a| = |a|$.

Основна мета:

- узагальнити і систематизувати знання учнів з означення модуля числа та його властивостей.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- знаходити модуль числа;
- застосовувати властивості модуля для спрощення числових виразів, що містять модулі.

Тема 1. Квадратний корінь та модуль числа (2 год)

Квадратний корінь та модуль числа. Спрощення виразів з квадратними коренями, в яких з'являються модулі.

Основна мета:

- узагальнити і систематизувати знання учнів з властивостей квадратних коренів;

- розглянути рівність $\sqrt{a^2} = |a|$ та її застосу-

вання для тотожних перетворень алгебраїчних виразів.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- застосовувати властивості модуля для спрощення виразів, що містять радикали.

Тема 2. Властивості модуля числа (4 год)

Основні властивості модуля числа. Геометричний зміст модуля.

Основна мета:

- ознайомити учнів з основними властивостями модуля та їх геометричною інтерпретацією.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- застосовувати властивості модуля для спрощення алгебраїчних виразів та доведення тотожностей.

Тема 3. Розв'язування лінійних рівнянь з модулями (4 год)

Найпростіші лінійні рівняння, що містять знак модуля ($|x| = a$, $|x-a| = b$, $|ax-c| = b$, $|f(x)| = g(x)$). Рівняння з модулями, що розв'язуються піднесенням лівої і правої частини до квадрата. Розв'язування рівнянь з модулями способом геометричної інтерпретації модуля.

Основна мета:

- узагальнити і систематизувати знання учнів з розв'язування лінійних рівнянь з модулями;
- ознайомити учнів з деякими способами розв'язування рівнянь з модулями;
- розглянути використання геометричної інтерпретації при розв'язуванні рівнянь з модулями.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- розв'язувати лінійні рівняння з модулями;
- застосовувати різні способи для розв'язування рівнянь з модулями;
- розв'язувати лінійні рівняння з модулями, використовуючи геометричну інтерпретацію модуля.

Тема 4. Розв'язування лінійних нерівностей з модулями (4 год)

Найпростіші лінійні нерівності, що містять знак модуля ($|x-a| < b$, $|x-a| > b$, де $b > 0$). Розв'язування нерівностей, використовуючи алгебраїчний зміст модуля і геометричну інтерпретацію модуля.

Основна мета:

- узагальнити і систематизувати знання учнів з розв'язування лінійних нерівностей з модулями;
- ознайомити учнів з деякими способами розв'язування нерівностей з модулями;

• розглянути використання геометричної інтерпретації при розв'язуванні нерівностей з модулями.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- розв'язувати лінійні нерівності з модулями;
- застосовувати різні способи для розв'язування нерівностей з модулями;
- розв'язувати лінійні нерівності з модулями, використовуючи геометричну інтерпретацію модуля.

Тема 5. Розв'язування складніших рівнянь з модулями (4 год)

Розв'язування рівнянь, що містять модуль під знаком модуля ($\|x - a| - b| = c$, $\|x - a| - b| - c| - d| = m$ і т. д.) з використанням алгебраїчного змісту модуля та його геометричної інтерпретації).

Основна мета:

- ознайомити з різними способами розв'язування складніших рівнянь з модулями з використанням алгебраїчного змісту модуля та його геометричної інтерпретації.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- застосовувати алгебраїчний зміст модуля та його геометричну інтерпретацію до розв'язування складніших рівнянь з модулями.

Тема 6. Розв'язування складніших нерівностей з модулями (6 год)

Розв'язання нерівностей, що містять модуль під знаком модуля. Використання геометричної інтерпретації модуля числа. Розв'язування нерівностей, що містять модуль, піднесенням лівої і правої частини до квадрата.

Основна мета:

- ознайомити з різними способами розв'язування складніших нерівностей з модулями з використанням алгебраїчного змісту модуля та його геометричної інтерпретації.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- застосовувати алгебраїчний зміст модуля та його геометричну інтерпретацію до розв'язування складніших нерівностей з модулями.

Тема 7. Розв'язування рівнянь та нерівностей, що містять суму модулів (8 год)

Рівняння та нерівності, що містять суму модулів; геометрична інтерпретація їх розв'язків (рівняння виду $a_1|f_1(x)| + a_2|f_2(x)| + \dots + a_n|f_n(x)| = g(x)$, нерівності виду $a_1|f_1(x)| + |f_2(x)| + \dots + a_n|f_n(x)| > g(x)$). Рівняння та нерівності, що містять різницю модулів; геометрична інтерпретація їх розв'язків ($|x - a| = |x - b|$, $|x - a| > |x - b|$, $|x - a| > |x - b| + c$, $c > 0$, $|x - a| < |x - b| + c$, $c > 0$).

Основна мета:

- ознайомити учнів з розв'язуванням рівнянь

та нерівностей, що містять суму (різницю) модулів;

- розглянути використання геометричної інтерпретації при розв'язуванні рівнянь, що містять суму (різницю) модулів.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- розв'язувати рівняння та нерівності, що містять суму (різницю) модулів;
- використовувати різні способи при розв'язуванні рівнянь, що містять суму (різницю) модулів.

9 клас

(1 год на тиждень, разом 34 год)

Вступ (4 год)

Поняття функції. Способи задання функції. Зростаючі, спадні, не спадні, не зростаючі функції. Парність і непарність функції. Найпростіші перетворення графіків функцій.

Основна мета:

- узагальнити і систематизувати знання учнів з теорії функцій;

- ознайомити з найпростішими перетвореннями графіків функцій.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- задавати функції різними способами;
- визначати проміжки монотонності функції;
- визначати парність функції;
- проводити найпростіші перетворення графіків функцій.

Тема 1. Побудова графіків функцій з модулями (2 год)

Побудова графіків функцій $y = |f(x)|$, $y = f(|x|)$.

Основна мета:

- ознайомити з побудовою графіків функцій з модулями: $y = |f(x)|$, $y = f(|x|)$.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- будувати графіки функцій з модулями, використовуючи властивості модуля.

Тема 2. Побудова геометричного місця точок виразів, що містять символ модуля (4 год)

Побудова графіків функцій та геометричного місця точок виразів, що містять символ модуля і вимагають переміщення вздовж осей OX і OY .

Основна мета:

- ознайомити з побудовою геометричного місця точок виразів, що містять символ модуля.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- будувати ГМТ виразів, що містять символ модуля і вимагають переміщення вздовж осей OX і OY .

Тема 3. Розв'язування нерівностей (2 год)

Розв'язування нерівностей, що містять знак модуля, методом інтервалів.

Основна мета:

- ознайомити з різними способами розв'язування нерівностей, що містять знак модуля.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- розв'язувати нерівності, що містять знак модуля різними способами.

Тема 4. Розв'язування систем рівнянь (2 год)

Різні способи розв'язування систем рівнянь, що містять знак модуля.

Основна мета:

- ознайомити з різними способами розв'язування систем рівнянь, що містять знак модуля.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- розв'язувати системи рівнянь, що містять знак модуля.

Тема 5. Графічний метод розв'язування завдань з модулями (6 год)

Застосування графіків при розв'язуванні завдань з модулями.

Основна мета:

- ознайомити із застосуванням графіків функцій при розв'язуванні завдань з модулями різноманітного характеру.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- застосовувати графіки функцій для розв'язування завдань з модулями.

Тема 6. Алгоритми розв'язування рівнянь та нерівностей з модулями та параметрами (14 год)

Рівняння та нерівності, розв'язання яких, крім властивостей модуля, спирається на алго-

ритми розв'язування найпростіших рівнянь та нерівностей з параметром.

Основна мета:

- ознайомити з дослідженням та розв'язуванням рівнянь та нерівностей з модулями, які містять параметри.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- досліджувати і розв'язувати рівняння та нерівності з модулями, які містять параметри.

ЛІТЕРАТУРА

1. Апостола Г. В. Я сам! — К.: ФАКТ, 1997.
2. Апостола Г. В. Хитромудрий модуль. — К.: Поліграфсервіс, 2001. — 252 с.
3. Барановська Г. Г., Ясінський В. В. Практикум з математики. Алгебра. К.: «КПІ». — Ч. 1. — 1997. — Ч. 2. — 1998.
4. Барановська Г. Г., Ясінський В. В. Практикум з математики. Тригонометрія. — К.: Вирій, 1997.
5. Гайдуков И. И. Абсолютная величина. — М.: Просвещение, 1964.
6. Голубев В. И. Абсолютная величина числа в конкурсных экзаменах по математике. — Львов: Журнал «Квантор», 1991.
7. Горнштейн П. И., Полонский В. Б., Якир М. С. Задачи с параметрами. — К.: РИА «Текст» МП «ОКО», 1992.
8. Финкельштейн Л. П. Задачи с абсолютной величиной (модулем). — К.: Освіта, 1997.
9. Шарыгин И. Ф., Голубев В. И. Факультативный курс по математике. — М.: Просвещение, 1991.
10. Шваецкий М. Г. Абсолютные величины в школьном курсе математики. К.: Рад. шк., 1967.
11. Яремчук Ф. П., Ясінський В. В. Алгебра, програма, типові задачі. — К.: «КПГ», 1996.
12. Ясинский В. В. Задачи по математике. — К.: «КПІ», 1992.
13. Ясінський В. В. Вибрані конкурсні задачі з математики. Розділ «Алгебра». — К.: «КПІ», 1995.

Лариса ЗАБОЛОТНЯ, Василь ШВЕЦЬ

Доведення нерівностей у шкільному курсі математики (9–11 класи)

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

У сучасній математиці нерівності відіграють велику роль. Є ціла низка окремих галузей сучасної математики — лінійне і нелінійне програмування, теорія ігор, дослідження операцій і т. д., де нерівностям відводиться центральне місце.

З числовими нерівностями та їх властивостями учні ознайомлюються в основній школі. Там же вони вивчають окремі методи розв'язування нерівностей та їх доведення. У старшій школі нерівності зустрічаються при вивченні границь, похідної, інтегралів, розв'язуванні прикладних задач.

Даний спецкурс значною мірою підвищує зацікавленість учнів математикою, розвиває творчу

активність та індивідуальні здібності учнів, адже пошуки способів доведення нерівностей належать до творчих процесів.

При вивченні курсу за вибором формуються уміння і навички розумової праці: планування своєї роботи, пошук раціональних шляхів її виконання, практична оцінка результатів.

Провідною особливістю програми є те, що вона має забезпечувати як загальноінтелектуальний рівень розвитку учнів, так і реалізацію їх математичних здібностей.

Мета курсу:

- систематизувати відомості про числові нерівності;
- розширити та систематизувати знання учнів про нерівності зі змінними;

- розширити знання учнів про основні методи і прийоми доведення нерівностей;

- навчити доводити нерівності загальними методами (аналітичним, від супротивного, мажорювання (підсилення), синтетичним, методом математичної індукції);

- розширити методи доведення нерівностей з використанням похідної та інтеграла;

- сформувати навички більш широкого використання геометричного матеріалу до доведення нерівностей;

- ознайомити з широкою палітрою класичних нерівностей та сприяти використанню їх до доведення інших нерівностей;

- дати поняття одностонної послідовності та навчити учнів використовувати його до доведення нерівностей;

- сприяти розвитку продуктивного мислення учнів, підготовці їх до участі у математичних олімпіадах та конкурсах;

- заповнити розрив між рівнем середньої математичної освіти і рівнем, необхідним для продовження навчання у вищих навчальних закладах.

Основні вимоги:

Учні повинні знати:

- означення та властивості числових нерівностей;

- загальні та спеціальні методи доведення нерівностей;

- базові нерівності та наслідки з них;

- класичні нерівності (Коші, Коші—Буняковського, Чебишева, Енсена, Бернуллі, Мінковського тощо);

- означення одностонної послідовності; *уміти:*

- виконувати операції над нерівностями на основі їх властивостей;

- використовувати властивості числових нерівностей для доведення нерівностей;

- доводити нерівності загальними методами (аналітичним, від супротивного, мажорювання (підсилення), синтетичним, методом математичної індукції);

- використовувати поняття похідної та інтеграла для доведення нерівностей;

- доводити геометричні нерівності загальними методами;

- використовувати класичні нерівності для доведення інших видів нерівностей;

- використовувати властивість одностонності для доведення нерівностей.

Очікувані результати:

У процесі навчання учні мають:

- ознайомитися з різними методами і способами доведення нерівностей і, як результат, уміти доводити різного плану нерівності;

- використовувати широку палітру класичних

нерівностей для доведення інших нерівностей,

- набути навичок чіткого, охайного і грамотного виконання записів, умінь висловлювати свої думки ясно, вичерпно, лаконічно.

Програма має сприяти досягненню учнями високого рівня математичної підготовки, який характеризується і вмінням розв'язувати складніші, нестандартні задачі.

Вивчення курсу розраховане на 35 год. Розподіл годин за темами — орієнтовний. У 9 класі курс за вибором можна вводити з 2-го семестру. Залежно від класу, де проводиться спецкурс (9 клас, 10 клас), учитель добирає стільки тем, щоб їх вивчення відбулося протягом семестру, року. Даний курс має поглиблювати і доповнювати шкільний курс математики. Залежно від кількості годин (занять) на тиждень можна збільшувати кількість годин з теми.

У повному обсязі даний курс рекомендується проводити в 11 класі протягом року при тижневому навантаженні 1 год або протягом одного семестру при тижневому навантаженні 2 год. Розподіл годин між темами — умовний і може змінюватися вчителем залежно від потреб і можливостей конкретної групи учнів.

Зміст програми (35 год)

Тема 1. Числові нерівності та їх властивості (2 год)

Порівняння чисел. Поняття числової нерівності. Основні властивості числових нерівностей. Розв'язування вправ на порівняння чисел і доведення числових нерівностей.

Тема 2. Нерівності зі змінною (2 год)

Нерівності зі змінними. Поняття про розв'язування та доведення нерівностей зі змінними. Область допустимих значень нерівностей. Рівносильні нерівності, нерівності-наслідки. Доведення нерівностей способом «за означенням».

Тема 3. Нерівності, які містять змінну під знаком модуля (2 год)

Модуль числа, алгебраїчне і геометричне тлумачення модуля числа. Основні властивості модуля. Доведення нерівностей, що містять змінну під знаком модуля.

Тема 4. Симетричні нерівності (2 год)

Поняття симетричної нерівності. Симетричні нерівності з двома змінними та їх доведення. Симетричні нерівності з трьома змінними та їх доведення. Розв'язування вправ.

Тема 5. Загальні методи доведення нерівностей (9 год)

Аналітичний метод доведення нерівностей. Деякі опорні нерівності: нерівність між середнім арифметичним і середнім геометричним двох невід'ємних чисел; властивість взаємно обернених додатних чисел. Доведення нерівностей

методом: від супротивного; мажорювання (підсилення); синтетичним.

Індукція і дедукція. Повна і неповна індукція. Принцип математичної індукції. Метод математичної індукції. Доведення нерівностей методом математичної індукції.

Тема 6. Класичні нерівності (5 год)

Нерівності Коші—Буняковського, Бернуллі, Коші, Чебишева та їх доведення. Використання класичних нерівностей для розв'язування вправ на доведення.

Тема 7. Спеціальні методи доведення нерівностей (6 год)

Теореми про монотонність і екстремуми функції та їх застосування до доведень нерівностей. Доведення нерівностей за допомогою похідної та інтеграла. Опуклі функції. Нерівність Єнсена та її використання для розв'язування вправ на доведення нерівностей.

Доведення нерівностей з використанням геометрії. Доведення нерівностей з використанням тригонометрії.

Поняття одномонотонної послідовності. Використання одномонотонності до доведення нерівностей.

Тема 8. Нерівності в геометрії (3 год)

Основні геометричні нерівності. Координатний і векторний методи доведення нерівностей. Доведення геометричних нерівностей загальними методами.

Тема 9. Розв'язування завдань підвищеного рівня складності (4 год)

Вправи на доведення нерівностей як завдання вступних іспитів до вищих навчальних закладів освіти. Нерівності в олімпіадних задачах.

Методичні рекомендації

Уміння і навички доводити нерівності розвиваються і закріплюються в учнів лише за умови систематичної роботи протягом усього курсу. Доведення нерівностей допомагає учням накопичувати досвід у порівнянні, спостереженнях, виявляти деякі математичні закономірності, виражати здогадки, що потребують пояснень, доведень. Крім того, такі завдання виховують працелюбність, наполегливість у досягненні мети тощо.

Програмою спецкурсу передбачено показати основні методи і прийоми доведення нерівностей. Виклад матеріалу доцільно побудувати в основному на розгляді багатьох прикладів.

При плануванні й організації уроків слід мати на увазі, що теоретичний матеріал повинен усві-

домлюватись і засвоюватись переважно в процесі розв'язування задач, доцільно ширше використовувати диференційований підхід до учня.

Активній самостійній діяльності учнів повинно передувати певне наслідування, робота, виконана за вказівками вчителя або учня. Така допомога потрібна, зокрема, при доведенні нерівностей новими методами, при ознайомленні учнів зі спеціальними формами запису розв'язання.

У деяких випадках потрібно враховувати і той факт, що доведення нерівності кількома способами буває значно кориснішим, ніж доведення одним способом кількох нерівностей. Розглядаючи доведення нерівностей кількома способами чи методами, вчитель повинен орієнтувати учнів на пошуки досконалих, витончених розв'язків доведення. Тим самим він сприятиме естетичному вихованню учнів та підвищенню їхньої математичної культури. Після цього важливо підбити підсумок проведеної роботи, акцентуючи увагу учнів на необхідності тих прийомів, які будуть потрібні їм у наступній діяльності.

У забезпеченні ефективності навчального процесу важливу роль відіграє організація закріплення і повторення, систематичне використання опорних знань у наступних розділах курсу.

Під час викладання даного курсу потрібно передбачити різні види контролю навчальної діяльності учнів з метою коригування їхніх знань та більш широкого застосування.

ЛІТЕРАТУРА

1. Андреев А. Д., Пихтар М. П. Нетрадиційні доведення нерівностей: Навчально-методичний посібник. — Чернігів: Чернігівський державний педагогічний університет, 1999.
2. Беккенбах Э., Беллман Р. Введение в неравенства. — М.: Мир, 1965.
3. Беккенбах Э., Беллман Р. Неравенства. — М.: Мир, 1965.
4. Коваленко В. Г., Гельфанд М. Б., Ушаков Р. П. Доведення нерівностей. — К.: Вища шк., 1979.
5. Коровкин П. П. Неравенства. — М.: Наука, 1974.
6. Копцюх М. Г., Савич Є. Ф. Доведення нерівностей. — К.: Рад. шк., 1982.
7. Кравчук В. Р. Доведення нерівностей: Навчальний посібник. — Тернопіль: Тернопільський державний інститут, 1993.
8. Перехейда О. М., Ушаков Р. П. Доведення нерівностей. — Харків: Основа, 2003.
9. Сивашинский И. Х. Неравенства в задачах. — М.: Наука, 1967.
10. Швець В. О., Заболотня Л. В. Доведення числових нерівностей // Математика. — 2002. — № 35 (191).
11. Швець В. О., Какаурідзе Л. О. Застосування інтеграла для доведення нерівностей // Математика. — 2003. — № 15 (219).

Методи розв'язування задач (10–11 класи)

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Придумавши «арифметичне» розв'язання, я вперше відчув ту радість відкриття, прагнення до якої зробило мене математиком

Академік В. Арнольд

Для шкільного курсу математики характерним є те, що більшість понять не вводиться відразу в повному обсязі. Зміст і обсяг таких понять розширюється і збагачується поступово, по мірі розвитку курсу. Окремим розділам математики в шкільному курсі взагалі не приділено належної уваги. Це модуль, параметр, перетворення графіків, побудова зображень. Тому надзвичайно важливим є систематизація й узагальнення набутих знань на завершальному етапі шкільного навчання (у старшій школі).

У процесі узагальнення є можливість звернути увагу учнів на діалектичний характер понять, їх взаємозв'язок і взаємозалежність, роль у поширенні діалектичного методу в математичну науку. Узагальнення та формування основних методів розв'язування задач ставить учня в умови, коли необхідно «піднятися» над вивченим матеріалом, визначити головне, що працює не лише в даному розділі. Тобто знання учнів поглиблюються, розширюються, систематизуються і доводяться до світоглядного рівня, при цьому виробляються інтелектуальні вміння й навички. При узагальненні матеріалу та виробленні спільного методу розв'язування певного виду завдань встановлюються внутрішньопрямі зв'язки та акцентується увага на їх прикладному значенні, завдяки чому знання стають системними.

Кожна задача має ідейну та технічну складність. Ідейна частина розв'язання дає відповідь на запитання: «Як розв'язати задачу?». Технічна являє собою реалізацію знайденої ідеї. Є задачі, в яких головне — знайти ідею розв'язання, а технічна частина практично відсутня, це, в основному, олімпіадні задачі. Є задачі, в яких ідея розв'язання досить очевидна, але її реалізація потребує великої за обсягом обчислювальної роботи (задачі конкурсних іспитів). І є задачі, в яких ідейна і технічна частина приблизно рівнозначні. Такі задачі пропонуються при вивченні даного курсу (факультативу).

Мета програми — забезпечити загальноосвітню підготовку учнів та спеціалізовану поглиблену підготовку до майбутньої професійної діяльності.

Завдання програми:

- розвинути потенційні й творчі здібності кож-

ного учня, не обмежуючи рівень складності матеріалу, що узагальнюється;

- виробити в учнів особистий підхід під час використання знань у різних ситуаціях;
- розширити обсяг знань за рахунок залучення додаткових теоретичних фактів.

Характер програми — пропедевтичний, підготовка учнів до навчання у вищих навчальних закладах.

Особливість програми — більш глибоке і повне опанування поняттями, законами, теорією й, головне, методами розв'язування задач, передбаченими стандартом освіти.

Програма рекомендована для учнів, які обрали природничо-математичний профіль навчання (як курс за вибором), або для учнів універсального профілю.

Навчання курсу базується на методичних принципах:

- принцип регулярності (курс читається протягом 2-х років);
- принцип паралельності (методи діють для завдань різного програмового часу вивчення);
- принцип зміни пріоритетів (головне бачення ідеї розв'язання задачі);
- принцип варіативності (на прикладі однієї задачі показати різні методи);
- принцип самоконтролю;
- принцип швидкого повторення (розклад «по полицях» задачного архіву: проста задача, складніша, потребує часу для обдумування);
- принцип моделювання ситуацій (моделювання критичних ситуацій, близьких до конкурсних екзаменів та олімпіад).

Виділяються **принципи формування групи:**

- ідентичність мети;
- вільність вибору;
- математичні здібності;
- спільна профільна спрямованість.

Прогнозований результат розвитку особистості:

- формування загальнокультурного базису (оволодіння культурними та виробленими самим учнем засобами діяльності, які допоможуть йому в подальшій освіті);

- оволодіння комунікативними вміннями;
- оволодіння сучасними технологіями роботи з інформацією;
- формування досвіду самопізнання, самореалізації, індивідуальних та групових дій, на підставі яких можна здійснити попереднє особистісне, соціальне та професійне самовизначення;

- уміння формувати задум своїх дій, прогно-

зувати, а також визначати умови та результати реалізації цього задуму;

• уміння оцінювати результати своєї праці (в тому числі в порівнянні прогнозованих та реально досягнутих).

Очікувані результати навчальних досягнень учнів на кінець вивчення курсу:

Учні повинні:

• **знати** основні методи, які є базовими при вивченні окремих тем;

• **вміти** застосовувати дані методи для розв'язування задач.

Вивчення даного курсу розраховано на 70 год. При вивченні протягом двох років тижневе навантаження становить одну годину (можливе збільшення кількості годин — до двох на тиждень). Розподіл годин між темами умовний і може змінюватися вчителем залежно від потреб і можливостей конкретної групи учнів. Програма розрахована на учнів старших класів, а також на осіб, що самостійно готуються до вступних іспитів з математики.

№ п/п	Назва теми	К-сть годин
10 клас (33 год)		
Розділ I. Методи розв'язування рівнянь (22 год)		
1	Метод заміни змінних (введення допоміжного невідомого): • заміна змінних за «напівявними» ознаками; • спеціальні заміни; • взаємно обернені величини в ірраціональних та показникових рівняннях; • тригонометричні підстановки в показникових рівняннях	3
2	Метод повного квадрата: • для цілих та дробово-раціональних рівнянь; • особливості для ірраціональних рівнянь	2
3	Метод розкладу на множники: • застосування формул скороченого множення; • теорема Безу та її наслідки	1
4	Метод невизначених коефіцієнтів: • умова тотожності многочленів; • рівняння з цілими коефіцієнтами	2
5	Метод відносних коефіцієнтів (розв'язування рівнянь відносно коефіцієнтів): • змінна — через змінну	1
6	Метод похідних пропорцій: • застосування похідної пропорції — $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}, c \neq d, a \neq b$	1
7	Методи розв'язування логарифмічних рівнянь: • потенціювання; • логарифмування;	2

№ п/п	Назва теми	К-сть годин
8	• застосування основної логарифмічної тотожності Метод границі (застосування теореми Вейєрштрасса про границю монотонно обмеженої послідовності)	2 1
9	Графічний метод	2
10	Спеціальні рівняння: 10.1. Однорідні рівняння: • рівняння, що зводяться до однорідних; • ідея «однорідності» в ірраціональних рівняннях 10.2. Зворотньо-симетричні рівняння 10.3. Рівняння, ліва і права частини яких є взаємно оберненими функціями	4
11	Рівняння з параметрами 1-го та 2-го степеня	3
12	Рівняння з цілою і дробовою частиною	1
Розділ II. Методи розв'язування систем (11 год)		
1	Метод заміни і підстановки	2
2	Метод визначників	2
3	Метод порівняння	2
4	Застосування теореми, оберненої до теореми Вієта: • для квадратного рівняння; • для кубічного рівняння	2
5	Спеціальні системи: 5.1. Колові або циклічні системи 5.2. Системи рівнянь, ліві частини яких однорідні 5.3. Симетричні системи	1 1 1
11 клас (37 год)		
Розділ III. Перетворення графіків (8 год)		
1	Метод симетрії	1
2	Найпростіші перетворення графіків	2
3	Метод рамок для побудови графіків тригонометричних функцій	1
4	Побудова графіків функцій, аналітичний вираз яких містить знак модуля	2
5	Комплексні вправи	1
Розділ IV. Методи розв'язування нерівностей (10 год)		
1	Метод інтервалів (основний алгоритм): • особливості («тонкощі») методу інтервалів; • нерівності виду $f(x) \leq g(x)$, з дробово-раціональними функціями	2
2	Універсальний метод розв'язування ірраціональних нерівностей	1
3	Степеново-показникові нерівності	1
4	Нерівності 1-го степеня з параметрами	1
5	Нерівності 2-го степеня з параметрами	1
6	Нерівності з модулем	1
7	Метод інтервалів на тригонометричному колі (узагальнений метод інтервалів)	1
Розділ V. Методи розв'язування геометричних задач (19 год)		
1	Метод допоміжного кола	1
2	Метод допоміжної площі	1

№ п/п	Назва теми	К-сть годин
3	Метод «подовженої» медіани	1
4	Застосування центральної та осової симетрії	1
5	Застосування гомотетії та повороту	1
6	Алгебраїчні методи	1
	6.1. Метод поетапного розв'язання	1
	6.2. Метод рівняння	1
7	Метод координат. Векторний метод	2
8	Методи побудови зображень (позиційні задачі в стереометрії)	2
	8.1. Метод проєктуючих прямих	2
	8.2. Афіне перетворення площин (теорема Польке-Шварца та її наслідки)	2
	8.3. Метод січної площини	2
	8.4. Метод відповідності	2
	8.5. Метод слідів	2

ЛІТЕРАТУРА

1. Апостолова Г. В. Я сам! — К.: ФАКТ, 1997.
2. Вірменко Н. О., Ляшко І. І., Шведов К. І. Графіки функцій: Довідник / За ред. І. І. Ляшка. — К.: Наук. думка, 1977.
3. Гайштут О. Г., Литвиненко Г. М. Алгебра. Розв'язування задач і вправ: Навч. посіб. — К.: Магістр-S, 1977.
4. Гайштут А. Г., Ушаков Р. П. Сборник задач по математике с примерами решений: Для учащихся общеобразовательных школ, лицеев и гимназий. — К.: «А.С.К.», 2002.
5. Гольдберг Я. Е. С чего начинается решение стереометрической задачи: Пособ. для учителя. — К.: Рад. шк., 1990.

6. Дорофеев Г. В. Квадратный трёхчлен в задачах. Квантор. Научно-методич. журнал. — Л.: Квантор, 1991.
7. Жовнір Я. М. Позиційні задачі в стереометрії. — К.: Освіта, 1991.
8. Иржавцева В. П., Федченко Л. Я. Систематизация и обобщение знаний учащихся в процессе изучения математики: Пособ. для учителя / Под ред. Н. Л. Коломинского. — Киев, 1988.
9. Клешев В. А. Обобщение метода интервала на тригонометрической окружности. Матем. в шк., № 6. Научно-теоретический и методический журнал. — М.: Школа-Пресс, 1992.
10. Крамор В. С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. — М.: Просвещение, 1990.
11. Математика. Великий довідник для школярів та абітурієнтів. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2002.
12. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебраїчний тренажер. — Х.: Гімназія «Ранок», 1998.
13. Нелін Є. П. Методи розв'язування геометричних задач. Додаток до навчального посібника «Геометрія в таблицях». — Харків: Світ дитинства, 1997.
14. Полянський В. Б., Рабінович Ю. М., Якір М. С. Вчимося розв'язувати задачі з геометрії. Навчально-метод. посіб. — К.: Магістр-S, 1998.
15. Пономарев В. С. К решению задач на построение. Матем. в шк. Научно-метод. журнал. — М.: Педагогика, 1982.
16. Сатьянов П. Г. Математика 8, 9, 10. Отражение кривых и преобразования формул. Квант. Научно-популярный физико-матем. журнал. — М.: Наука, 1985.
17. Финкельштейн Л. П. Домашний репетитор. Задачи с модулем. Задачи на построение. Кн. 3. — К.: Евроиндекс Лтд, 1995.
18. Финкельштейн Л. П. Уравнения, неравенства и системы в школьном курсе алгебры. Кн. 1. — К.: Евроиндекс Лтд, 1995.
19. Чемерис М. В. Построение графиков функций элементарными преобразованиями. — К.: ФАКТ, 1997.

Леонід ЛІПЧЕВСЬКИЙ

Функції та їх графіки (10–11 класи)

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Математика має широкі можливості для інтелектуального розвитку особистості, розвитку логічного мислення, просторових уявлень і уяви. Ця наука є засобом вивчення фізики, хімії, біології, астрономії, гуманітарних дисциплін, інформатики та обчислювальної техніки. Математичне моделювання широко використовується для розв'язування задач економіки, виробництва.

Одним із важливих розділів математики є теорія функцій. У програмі з математики на вивчення поняття функцій та їх властивостей відводиться незначна кількість навчального часу, а тому вирішити проблему ґрунтового засвоєння учнями теми допоможе викладання запропонованого курсу в 10–11 класах.

У даному курсі пропонується розглянути важливі властивості елементарних функцій, що ефективно застосовуються для розв'язування

рівнянь і нерівностей, а також для побудови графіків функцій. Значну увагу варто приділити аналізу розв'язувань задач на знаходження областей визначення і множини значень функцій, на обчислення їх екстремумів, найбільших і найменших значень, точок перегинів, асимптот, на побудову графіків.

Крім цього, слід розглянути оригінальні методи розв'язування рівнянь і нерівностей, що ґрунтуються на застосуванні властивостей функцій та їх графіків.

Вивчення курсу розраховано на 68 год протягом двох років. Тижневе навантаження становить 1 год.

Розподіл годин між темами умовний і може змінюватися вчителем залежно від потреб і можливостей конкретної групи учнів.

Програма курсу може бути використана в системі довузівської підготовки, школах (класах) з поглибленим вивченням математики, ліце-

ях та гімназіях природничо-математичного профілю та для самостійної підготовки до вступних іспитів.

10 клас (34 год)

Вступ (2 год)

Функції та їх властивості в шкільному курсі математики. Означення функції. Способи задання функцій. Класифікація функцій.

Основна мета:

- розширити знання учнів про поняття функції та способи її задання;
- узагальнити і систематизувати знання учнів по класифікації функцій.

Основні вимоги:

У результаті вивчення теми учні повинні вміти:

- задавати функції різними способами (табличний, графічний, аналітичний);
- застосовувати функції до моделювання реальних процесів;
- класифікувати функції відповідно до їх виду.

Тема 1. Область визначення функції дійсного аргументу (2 год)

Поняття області визначення функції. Використання області визначення функції під час розв'язування рівнянь і нерівностей.

Основна мета:

- розширити і систематизувати знання учнів для знаходження природної області визначення функціональних залежностей та розв'язування рівнянь і нерівностей з використанням області визначення функцій.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- знаходити область визначення функцій, заданих різними способами;
- на основі області визначення функцій розв'язувати складніші алгебраїчні рівняння і нерівності.

Тема 2. Множина значень функції (2 год)

Поняття множини значень функції. Використання поняття множини значень функції під час розв'язування рівнянь і нерівностей.

Основна мета:

- розширити і систематизувати знання учнів із знаходження значень функцій при заданих значеннях аргументу.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- знаходити значення функцій при заданих значеннях аргументу і значення аргументу, за яких функція набуває даного значення;
- розв'язувати рівняння і нерівності, розв'язання яких ґрунтуються на знаходженні області значень функції.

Тема 3. Властивості функції (4 год)

Парні і непарні функції: а) сума скінченного числа парних (непарних) функцій; б) добу-

ток парних функцій; в) добуток непарних функцій; г) добуток (частка) парних і непарних функцій.

Використання властивостей парних та непарних функцій під час розв'язування рівнянь і нерівностей (розглянути завдання типу: показати, що рівняння $y = f(x + a) + b$ може мати тільки симетричні відносно нуля корені; розв'язати нерівність $y = f(x + b)$).

Основна мета:

- ознайомити учнів із теоремами: сума скінченного числа парних (непарних) функцій, добуток парних функцій, добуток непарних функцій, добуток (частка) парних і непарних функцій;

- розширити і систематизувати знання учнів із застосування парності функцій під час розв'язування рівнянь і нерівностей.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- визначати парність складних алгебраїчних функцій;
- використовувати властивість парності функцій під час розв'язування рівнянь та нерівностей;
- встановлювати за побудованим графіком парність функцій.

Тема 4. Періодичність функцій (4 год)

Періодичність функцій $y = \sin(kx + b)$, $y = \cos(kx + b)$, $y = \operatorname{tg}(kx + b)$, $y = \operatorname{ctg}(kx + b)$. Знаходження їх найменшого додатного періоду.

Періодичність функцій, які є алгебраїчною сумою, добутком, часткою двох або кількох функцій з різними періодами. Формули для знаходження періоду функції $f(x) = c_1 \sin n_1 x + c_2 \sin n_2 x + \dots + c_k \sin n_k x + d_1 \cos m_1 x + d_2 \cos m_2 x + \dots + d_l \cos m_l x$, де сума ніяких двох або більше членів ряду тотожно не дорівнює 0, а $n_i, m_k \in \mathbb{N}$. Поняття періоду для рівнянь і нерівностей.

Основна мета:

- розширити знання учнів для знаходження періодичності функцій, які є алгебраїчною сумою, добутком, часткою двох або кількох функцій з різними періодами;

- ознайомити з різними формулами для знаходження періодичності функцій та застосування їх при розв'язуванні рівнянь і нерівностей.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- знаходити періоди функцій, які є алгебраїчною сумою, добутком, часткою двох або кількох функцій з різними періодами;

- застосовувати знання періодичності функцій при розв'язуванні рівнянь і нерівностей.

Тема 5. Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень (5 год)

Побудови графіків функцій

$$y = f(x) + b, \quad y = f(x + a) + b, \quad y = cf(x),$$

$$y = f(kx), \quad y = cf(kx + a) + b,$$

якщо відомий графік функції $y = f(x)$.

Основна мета:

- розвинути навички читання і побудови графіків функцій, навички елементарних методів дослідження функцій.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- зображувати та розпізнавати графіки функцій;
- застосовувати геометричні перетворення при побудові графіків функцій;
- встановлювати за графіком функції її найважливіші властивості.

Тема 6. Побудова графіків функцій, що містять знак модуля (15 год)

Побудови графіків функції $y = f(|x|)$, $y = |f(x)|$, $y = |f(|x|)|$, якщо відомий графік функції $y = f(x)$.

Побудови графіків рівнянь $|y| = f(x)$, $|y + c| = f(x)$, якщо відомий графік функції $y = f(x)$.

Графіки функцій, які є сумою, добутком, часткою функцій або складеною функцією, з яких одна або кілька містять знак модуля ($y = |f_1(x)| \pm |f_2(x)| \pm \dots \pm |f_n(x)| + \varphi(x)$).

Побудова графіків тригонометричних функцій, які містять знак модуля.

Основна мета:

- узагальнити і систематизувати знання учнів для побудови графіків функцій, що містять знак модуля.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- зображувати та розпізнавати графіки функцій, що містять знак модуля;
- застосовувати геометричні перетворення при побудові графіків функцій з модулями;
- встановлювати за графіком функції її найважливіші властивості.

11 клас (34 год)

Тема 7. Дослідження функцій на монотонність та використання властивості монотонності функцій під час розв'язування рівнянь і нерівностей (8 год)

Означення кусково-монотонної функції.

Зростання (спадання) складеної функції.

Дослідження функції на монотонність за допомогою першої похідної.

Доведення нерівностей за допомогою властивостей монотонності функції.

Розв'язування рівнянь і нерівностей на основі використання властивості монотонності функції.

Основна мета:

- систематизувати та узагальнити знання учнів з дослідження функцій на монотонність за допомогою першої похідної та застосування цих понять при розв'язуванні рівнянь і нерівностей.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- застосовувати похідну для знаходження проміжків монотонності та екстремумів функції;
- знаходити найбільше та найменше значення функції, розв'язувати рівняння і нерівності на основі монотонності функції.

Тема 8. Дослідження функції на опуклість (3 год)

Поняття опуклості кривої $y = f(x)$ вгору (вниз).

Поняття про похідні вищих порядків. Знаходження похідних вищих порядків.

Встановлення напряду опуклості кривої за допомогою другої похідної.

Основна мета:

- поглибити і розширити знання учнів для знаходження похідних вищих порядків.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- знаходити похідні функцій вищих порядків;
- застосовувати похідні вищих порядків для визначення опуклості кривої.

Тема 9. Асимптоти функції (2 год)

Вертикальні асимптоти графіка функції

$$y = f(x).$$

Горизонтальні асимптоти графіка функції

$$y = f(x).$$

Похили асимптоти графіка функції $y = f(x)$.

Необхідні і достатні умови, щоб пряма $y = kx + b$ була асимптотою графіка функції

$$y = f(x).$$

Основна мета:

- розширити знання учнів про знаходження асимптот графіків функцій.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- записувати рівняння асимптот (вертикальних, горизонтальних, похилих) та використовувати їх при побудові графіків.

Тема 10. Побудова графіків складених функцій (10 год)

Побудова графіків функцій $y = (f(x))^r$, де r — раціональне число.

Побудова графіків функцій $y = a^{f(x)}$, де $a|a - 1| > 0$.

Побудова графіків функцій $y = \log_a f(x)$, де $a|a-1| > 0$.

Побудова графіків функцій $y = \sin f(x)$,
 $y = \cos f(x)$, $y = \operatorname{tg} f(x)$, $y = \operatorname{ctg} f(x)$.

Побудова графіків функцій $y = \arcsin f(x)$,
 $y = \arccos f(x)$, $y = \operatorname{arctg} f(x)$, $y = \operatorname{arccot} f(x)$.

Основна мета:

• узагальнити і систематизувати знання учнів для дослідження функцій та для побудови їх графіків.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

• будувати графіки складених функцій за алгоритмом дослідження функцій.

Тема II. Побудова графіків функцій, пов'язаних з функцією антьє і мантисою (11 год)

Поняття цілої частини числа.

Поняття дробової частини числа.

Властивості антьє та мантиси.

Побудова графіків функцій, пов'язаних з функцією антьє.

Побудова графіків функцій, пов'язаних з функцією $y = \{x\}$, де $\{x\} = x - [x]$.

Рівняння з цілою та дробовою частиною. Способи розв'язування.

Нерівності з цілою та дробовою частиною. Способи розв'язування.

Основна мета:

• сформулювати поняття цілої та дробової частини числа;

• на основі властивостей антьє та мантиси розширити знання учнів, пов'язаних з побудо-

вою графіків деяких функцій, пов'язаних із функцією антьє;

• ознайомити учнів з розв'язуванням рівнянь з цілою та дробовою частинами;

• ознайомити учнів з розв'язуванням нерівностей з цілою та дробовою частинами.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

• будувати графіки функцій, пов'язані з функцією антьє;

• будувати графіки функцій, пов'язані з функцією $y = \{x\}$, де $\{x\} = x - [x]$;

• розв'язувати рівняння і нерівності різними способами, пов'язані з цілою та дробовою частинами.

ЛІТЕРАТУРА

1. Амелькин В. В., Рабцевич В. Л. Задачи с параметрами: Справочное пособие по математике. — Минск: Асар, 1996.

2. Апостолю Г. В., Панкратова І., Фінкельштейн Л. П. Ціла та дробова частина числа. — К.: ФАКТ, 1996.

3. Апостолю Г. В. Хитромудрий модуль. — К.: Поліграфсервіс, 2001.

4. Апостолю Г. В. Я сам! — К.: ФАКТ, 1997.

5. Барановська Г. Г., Ясінський В. В. Практикум з математики. Алгебра. — К.: «КПІ», ч. 1. — 1997; ч. 2. — 1998.

6. Барановська Г. Г., Ясінський В. В. Практикум з математики. Показникова та логарифмічна функції. — К.: «КПІ», 1998.

7. Фінкельштейн Л. П. Задачи с абсолютной величиной (модулем). — К., 1993.

8. Шунда Н. М. Функції та їх графіки: Посібник для вчителів. — К.: Рад. шк., 1983.

9. Яремчук Ф. П., Ясінський В. В. Алгебра, програма, типові задачі. — К.: «КПІ», 1996.

10. Ясінський В. В. Алгебра. Функції та їх графіки. Задачі з параметрами. — К.: НТУУ «КПІ», 2000.

11. Ясінський В. В. Вибрані конкурсні задачі з математики. Розділ «Алгебра». — К.: «КПІ», 1995.

Леонід ЛІПЧЕВСЬКИЙ

Задачі з параметрами (10–11 класи)

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Задачі з параметрами становлять для учнів найбільшу трудність як у логічному, так і в технічному плані, тому вміння їх розв'язувати в багатьох випадках визначає успішну здачу іспитів у будь-який вищий навчальний заклад.

Основною метою даного курсу є підвищення математичної культури, розвинення логічного, абстрактного, алгоритмічного та графічного мислення учнів у рамках шкільного курсу математики. Значна увага має бути приділена оригінальним методам і способам розв'язування таких задач.

Курс розрахований на 68 год. Його вивчення триває протягом двох років з тижневим навантаженням — одна година. Розподіл годин між

темами умовний і може змінюватися вчителем залежно від потреб і можливостей конкретної групи учнів. Програма розрахована на учнів старших класів, а також на осіб, що самостійно готуються до вступних іспитів з математики. Вона буде корисна всім, хто цікавиться елементарною математикою.

10 клас (34 год)

Вступ (2 год)

Місце задач з параметрами в курсі елементарної математики.

Класифікація задач з параметрами та методи їх розв'язування.

Основна мета:

• ознайомити з поняттям рівняння з парамет-

рами, областю допустимих значень параметра;

- провести класифікацію рівнянь з параметрами.

Основні вимоги:

Учні повинні знати:

- перехід від однотипних рівнянь до рівнянь з параметрами;
- поняття параметра як тимчасової змінної;
- область зміни параметрів;
- класифікацію рівнянь з параметрами.

Тема 1. Квадратний тричлен (8 год)

Розміщення коренів квадратного тричлена.

Властивості квадратного тричлена та їх геометрична графічна інтерпретація.

Необхідні і достатні умови для того, щоб корені квадратного тричлена $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ належали певному інтервалу відносно чисел m і n на числовій прямій:

- обидва корені більші за m ;
- обидва корені менші за m ;
- число m знаходиться між коренями на числовій прямій;
- обидва корені розміщуються на відрізку $[m; n]$;
- один з коренів розміщується на відрізку $[m; n]$, інші — поза відрізком.

Основна мета:

- узагальнити і систематизувати знання учнів про кількість розв'язків квадратного рівняння;
- ознайомити учнів із дослідженнями кількості розв'язків квадратного рівняння залежно від значення параметра;
- показати застосування теореми Вієта в задачах з параметрами.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- проводити дослідження кількості коренів квадратного рівняння залежно від параметра;
- застосовувати теорему Вієта в задачах з параметрами;
- знаходити умови належності коренів квадратного тричлена певному інтервалу залежно від значення параметра.

Тема 2. Системи рівнянь з двома невідомими, що містять параметр (8 год)

Рівносильність систем рівнянь з параметрами. Кількість розв'язків системи рівнянь залежно від значення параметрів.

Необхідні умови існування єдиного розв'язку системи рівнянь з параметрами.

Основна мета:

- узагальнити і систематизувати знання учнів про методи розв'язування систем рівнянь з двома змінними;
- ознайомити з правилами дослідження кількості розв'язків системи рівнянь з двома змінними залежно від значення параметра;

• ознайомити із поняттям визначника системи двох лінійних рівнянь з двома змінними та застосування теорії визначників до розв'язання і дослідження систем методом визначників.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- розв'язувати системи рівнянь з двома змінними різними способами;
- застосовувати визначники до дослідження кількості розв'язків систем рівнянь з двома змінними

Тема 3. Рациональні рівняння (8 год)

Геометрична інтерпретація розв'язків лінійних рівнянь з параметрами.

Пониження степеня рівняння під час розв'язування алгебраїчних рівнянь вищих степенів з параметрами.

Визначення кількості коренів раціонального рівняння залежно від значень параметра.

Рівносильність рівнянь залежно від значення параметра.

Методи розв'язування раціональних рівнянь, що містять параметр.

Розв'язування рівнянь з модулями, що містять параметр.

Основна мета:

- дати геометричну інтерпретацію розв'язків лінійних рівнянь з параметрами: графічне зображення лінійного рівняння з параметрами, поняття «сім'я прямих» зумовлене наявністю параметра;
- ознайомити з поняттям рівносильності рівнянь залежно від значення параметра та методами розв'язування раціональних рівнянь, що містять параметри.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- досліджувати лінійні рівняння з параметрами, застосовуючи геометричну інтерпретацію;
- розв'язувати раціональні рівняння, що містять параметр.

Тема 4. Ірраціональні рівняння (8 год)

Способи розв'язування ірраціональних рівнянь, що містять параметри:

- заміна рівняння рівносильною системою;
- піднесення обох частин рівняння до квадрата, до куба;
- використання геометричних інтерпретацій при розв'язуванні рівняння;
- графічний спосіб розв'язування рівнянь;
- заміна рівняння рівносильною системою з побудовою графіків її рівнянь;
- інші способи розв'язування ірраціональних рівнянь з параметрами.

Основна мета:

- узагальнити і систематизувати знання учнів для розв'язування ірраціональних рівнянь різними способами;

- ознайомити зі способами розв'язування ірраціональних рівнянь, що містять параметри.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- розв'язувати ірраціональні рівняння різними способами;
- розв'язувати ірраціональні рівняння з параметрами, використовуючи геометричну інтерпретацію;
- розв'язувати ірраціональні рівняння з параметрами, використовуючи різні способи.

11 клас (34 год)

Тема 5. Ірраціональні нерівності (6 год)

Ідеї, що використовуються при розв'язуванні ірраціональних нерівностей:

- введення іншої змінної і заміна нерівності рівносильною системою;
- побудова графіків функцій, що знаходяться в лівій і правій частині нерівності;
- спосіб, пов'язаний із знаходженням області визначення нерівності.

Розв'язування ірраціональних нерівностей з модулями і параметрами.

Основна мета:

- узагальнити і систематизувати знання учнів за способами розв'язування ірраціональних нерівностей;
- ознайомити зі способами розв'язування ірраціональних нерівностей, що містять параметри.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- розв'язувати ірраціональні нерівності різними способами;
- розв'язувати ірраціональні нерівності з параметрами, використовуючи геометричну інтерпретацію;
- розв'язувати ірраціональні нерівності з параметрами, використовуючи різні способи.

Тема 6. Функції. Похідна. Графіки. Задачі на координатній площині (8 год)

Задачі з параметрами, пов'язані зі знаходженням найбільшого (найменшого) значення функції на інтервалі.

Задачі з параметрами, пов'язані з дотичною до графіка функції.

Задачі на координатній площині, пов'язані зі знаходженням екстремумів функцій.

Основна мета:

- систематизувати та узагальнити знання учнів на знаходження найбільшого і найменшого значення функції, екстремумів функції;
- систематизувати та узагальнити знання учнів на знаходження дотичної до графіка функції;
- ознайомити учнів з дослідженням задач з параметрами на екстремуми функції та знаходження найбільшого і найменшого значення функції.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- проводити дослідження задач з параметрами на знаходження найбільшого і найменшого значення функції, екстремумів функції.

Тема 7. Показникові і логарифмічні рівняння з параметрами (6 год)

Властивості показникової і логарифмічної функцій.

Кількість розв'язків показникових і логарифмічних рівнянь залежно від значень параметра.

Графічний спосіб розв'язування показникових і логарифмічних рівнянь з параметрами.

Інші способи розв'язування показникових і логарифмічних рівнянь з параметрами.

Основна мета:

- систематизувати та узагальнити знання учнів про властивості логарифмічної і показникової функцій;

- систематизувати та узагальнити знання учнів за методами розв'язування показникових і логарифмічних рівнянь;

- ознайомити з дослідженням логарифмічних і показникових рівнянь з параметрами на наявність розв'язків різними способами.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- досліджувати і розв'язувати показникові та логарифмічні рівняння з параметрами різними способами.

Тема 8. Логарифмічні і показникові нерівності з параметрами (8 год)

Способи розв'язування показникових нерівностей (аналітичний, графічний) з параметрами.

Способи розв'язування логарифмічних нерівностей (аналітичний, графічний) з параметрами.

Основна мета:

- систематизувати та узагальнити знання учнів за методами розв'язування показникових і логарифмічних нерівностей;

- ознайомити з дослідженням логарифмічних і показникових нерівностей з параметрами на наявність розв'язків різними способами.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- досліджувати і розв'язувати показникові та логарифмічні нерівності з параметрами різними способами.

Тема 9. Задачі на складання рівнянь, пов'язаних з параметрами (6 год)

Задачі на переливання, пов'язані з введенням параметра.

Задачі на сплави, пов'язані з введенням параметра.

Задачі на спільну роботу, пов'язані з введенням параметра.

Задачі на відсотки (різні типи), пов'язані з введенням параметра.

Основна мета:

- узагальнити і систематизувати знання учнів з розв'язування алгебраїчних задач складанням рівнянь та систем рівнянь;

- ознайомити з розв'язуванням та дослідженням задач на переливання, сплави, спільну роботу, відсотки, пов'язаних з введенням параметра.

Основні вимоги:

Учні повинні вміти:

- досліджувати та розв'язувати задачі різних типів з введенням параметра.

ЛІТЕРАТУРА

1. Апостолова Г. В. Хитромудрий модуль. — К.: Поліграфсервіс, 2001.
2. Апостолова Г. В. Я сам! Навчальний посібник з алгебри для тих, хто у 7 класі та старше, з опорними

схемами, відповідями та порадами. — К.: ФАКТ, 2000.

3. Вавилов В. В. и др. Задачи по математике. — М.: Наука, 1987.

4. Вавилов В. В. и др. Задачи по математике: Уравнения и неравенства. — М.: Наука, 1987.

5. Васильев Н. Б., Егоров А. А. Задачи Всесоюзных математических олимпиад. — М.: Наука, 1988.

6. Гальперин Г. А., Толпыго А. К. Московские математические олимпиады. — М.: Просвещение, 1986.

7. Говоров В. М. и др. Сборник конкурсных задач по математике. — М.: Наука, 1986.

8. Дорофеев Г. В., Потапов М. К., Розов Н. Х. Пособие по математике для поступающих в вузы. — М.: Наука, 1976.

9. Кухарчук М. М., Ясинський В. В. Математика: Задачі вступних іспитів до НТУУ «КПІ». — К.: «КПІ», 1997.

10. Кушенко В. С. Сборник конкурсных задач по математике с решениями. — Л.: Судостроение, 1965.

11. 514 задач с параметрами / Под ред. С. А. Тынянкина. — Волгоград: Волгоградская правда, 1991.

12. Ясинський В. В. Вибрані конкурсні задачі з математики. Розділ «Алгебра». — К.: «КПІ», 1995.

13. Ясинський В. В. Задачі по математике. — К.: «КПІ», 1992.

Олександра ШАРАН

Комплексні числа та їх застосування (10–11 класи)

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Сучасні тенденції в розвитку освіти зумовлюють пошук нових форм і методів організації навчального процесу. Особистісний підхід до навчання, зокрема, реалізується за допомогою спеціальних курсів за вибором. Створюється можливість гнучкої варіативності змісту математичної освіти згідно з інтересами, нахилами, здібностями учнів та їх орієнтацією на майбутню професію.

Включення курсів за вибором в особистісно орієнтовану систему навчання дозволяє глибше ознайомити учнів з математичними ідеями та методами, спонукає до перших математичних досліджень. При навчальній діяльності учнівських груп за спецкурсом важливою складовою є самостійні роботи: індивідуальне вивчення вибраної теми, підбір літератури в бібліотеці, написання рефератів.

Програма курсу «Комплексні числа та їх застосування» передбачає розширення та поглиблення змісту теми «Поле комплексних чисел», орієнтованої на вивчення учнями профільних математичних класів. Даний курс має на меті сприяти підвищенню інтересу учнів до математики, досягненню учнями високого рівня математичної підготовки з орієнтацією на майбутню професію, пов'язану з математикою.

Проте існує велика кількість шкіл (і в цьому специфіка України) з одним класом універсального профілю (переважно це сільські школи),

де немає можливості для профільного навчання. Тому пропонуємо розроблену методичну систему однієї з тем курсу алгебри, яка може бути використана як додаткові розділи до підручника загальноосвітньої школи для індивідуальної чи групової роботи у таких класах, і як спецкурс для проведення групової роботи у профільних класах.

Комплексні числа довгий час входили в обов'язкову програму з математики, а пізніше були рекомендовані для вивчення на факультативних заняттях. Із впровадженням профільної диференціації навчання відповідно до Закону України «Про освіту», комплексні числа включено для вивчення в класах з поглибленим вивченням математики. Розділ «Комплексні числа» завершує одну з основних змістових ліній шкільної математики — розвиток поняття про число, тому є важливим для створення в учнів цілісної картини про поняття числа.

З психологічного погляду важливим є чинник подолання певного психологічного бар'єру в сприйманні поняття комплексного числа в шкільному віці для тих, хто обер в майбутньому професію математика чи інженера.

Вражають широкі дидактичні можливості цього розділу математики: складний історичний шлях введення комплексних чисел; розвиненість теорії; широкі можливості практичних застосувань у математиці, аеро- та гідродинаміці, квантовій фізиці, при розрахунку кіл змінного стру-

му, при розв'язуванні задач на пружність та інших сучасних напрямках розвитку науки. Іншими словами, наявність в арсеналі учнів комплексних чисел збагачує сукупність їхніх методів пізнання, зокрема розширює їхні можливості в розв'язанні задач, посилює прикладну функцію математики. Багаті прикладні аспекти неможливо розкрити за час, визначений програмою [8], і тому в учнів створювалося уявлення про формальність введення комплексних чисел, їх незастосованість в інших науках.

Апарат комплексних чисел є добрим аналітичним засобом для розв'язання різноманітних геометричних і фізичних задач. Застосування комплексних чисел дозволяє не тільки простіше, а й красивіше розв'язувати відомі задачі, дає можливість виявляти нові факти і робити узагальнення.

Комплексні числа слугують добрим засобом встановлення міжпредметних зв'язків між різними розділами математики і фізики, з одного боку, це переконує учнів у реальності і корисності цих чисел, з іншого боку, матеріал є дуже цікавим і важливим, особливо для майбутніх студентів технічних вузів.

Тому вивчення комплексних чисел разом з їх застосуванням до деяких питань геометрії, тригонометрії, фізики збагатить математичну ерудицію, розширить горизонти їх математичних інтересів.

Тематичне планування курсу (34 год)

Розвиток поняття числа від натурального до комплексного. Поняття комплексного числа. Алгебраїчна форма комплексного числа. Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі. Спряжені комплексні числа. Добування квадратного кореня з комплексного числа.

Геометрична інтерпретація комплексних чисел і дій над ними. Розв'язування квадратних рівнянь з комплексними коефіцієнтами. Формули скороченого множення.

Тригонометрична форма комплексного числа. Дії над комплексними числами в тригонометричній формі. Формула Муавра. Добування кореня n -го степеня з комплексного числа. Розв'язування двочленних рівнянь.

Формула Ейлера. Показникова форма комплексного числа. Дії над комплексними числами в показниковій формі. Логарифм комплексного числа. Степінь з довільним показником. Синус, косинус, тангенс, котангенс, арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс комплексного числа.

Застосування комплексних чисел у тригонометрії.

Використання комплексних чисел у геометрії. Перетворення площини і комплексні числа.

Застосування комплексних чисел до розв'язування задач із деяких розділів фізики.

Основна мета:

завершити змістову числову лінію курсу алгебри розширенням множини дійсних чисел до множини комплексних чисел; за допомогою прикладних задач сформулювати в учнів інтерес до вивчення комплексних чисел та математики в цілому; підготувати учнів до вивчення курсу «Теорія функцій комплексної змінної» у вищих навчальних закладах; розвивати математичну інтуїцію та ерудицію учнів.

Основні вимоги:

знати необхідні умови розширення числової множини; означення комплексного числа; означення суто уявного числа; означення рівності двох комплексних чисел; означення і властивості спряжених та протилежних комплексних чисел; означення арифметичних дій над комплексними числами; правила виконання арифметичних дій над комплексними числами в різних формах запису; формулу Муавра; формулу добування квадратного кореня з комплексного числа в алгебраїчній формі; формулу добування кореня n -го степеня з комплексного числа в тригонометричній та показниковій формах; геометричні інтерпретації комплексних чисел та дій над ними; формулу для знаходження відстані між точками комплексної площини; формулу для знаходження комплексної координати точки, що ділить відрізок у заданому відношенні; рівняння кола, прямої, яка перпендикулярна до відрізка і проходить через його середину; означення модуля, аргументу та головного значення аргументу комплексного числа; формулу Ейлера; означення експоненти, логарифма комплексного числа, степеня з довільним показником, синуса, арксинуса, косинуса, арккосинуса, тангенса, арктангенса, котангенса, арккотангенса комплексного числа; формулювання основної теореми алгебри многочленів та наслідків з неї; теорему Вієта для многочленів; критерії колінеарності та ортогональності двох векторів комплексної площини; критерій приналежності трьох точок комплексної площини одній прямій; алгоритм побудови правильних многокутників; формулу для обчислення площі додатно орієнтованого трикутника; вміти розв'язувати квадратні рівняння в полі комплексних чисел; виконувати дії над комплексними числами у різних формах запису; перехо-

на комплексній площині; знаходити на комплексній площині множини точок, які задовольняють певні умови; знаходити модуль та головне значення аргументу комплексного числа; розв'язувати двочленні рівняння; знаходити значення логарифма комплексного числа, степеня з довільним показником, синуса, арксинуса, косинуса, арккосинуса, тангенса, арктангенса, котан-

генса, арккотангенса комплексного числа; знаходити корені многочлена та їх кратність; розкладати многочлен на лінійні множники; використовувати комплексні числа при доведенні основних формул тригонометрії, тригонометричних тотожностей та знаходження тригонометричних сум; застосовувати комплексні числа при розв'язуванні геометричних та фізичних задач.

Поурочний план

№ уроку	Зміст уроку	Тип уроку
1	Розвиток поняття числа від натурального до дійсного. Розширення множини дійсних чисел. Поняття комплексного числа.	Семинарське заняття з повідомленнями учнів і вчителя
2	Алгебраїчна форма комплексного числа. Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі. Спряжені комплексні числа. Добування квадратного кореня з комплексного числа.	Лекція
3	Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі. Добування квадратного кореня з комплексного числа.	Практичне заняття
4	Геометрична інтерпретація комплексних чисел і дій над ними.	Лекція
5	Геометрична інтерпретація комплексних чисел і дій над ними.	Практичне заняття
6	Розв'язування квадратних рівнянь з комплексними коефіцієнтами. Формули скороченого множення.	Практичне заняття
7	Тригонометрична форма комплексного числа. Дії над комплексними числами в тригонометричній формі. Формула Муавра. Добування кореня n -го степеня з комплексного числа.	Лекція
8	Дії над комплексними числами в тригонометричній формі. Формула Муавра. Добування кореня з комплексного числа. Розв'язування двочленних рівнянь.	Практичне заняття
9	Розв'язування вправ з використанням комп'ютера. Самостійна робота.	Практичне заняття
10	Урок систематизації та корекції знань.	Практичне заняття
11	Формула Ейлера. Показникова форма комплексного числа. Дії над комплексними числами в показниковій формі.	Лекція
12	Дії над комплексними числами в показниковій формі.	Практичне заняття
13	Логарифм комплексного числа. Степінь з довільним показником. Синус, косинус, тангенс, котангенс, арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс комплексного числа.	Лекція
14	Логарифм комплексного числа. Степінь з довільним показником. Синус, косинус, тангенс, котангенс, арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс комплексного числа.	Практичне заняття
15	Урок систематизації знань.	Практичне заняття
16	Комплексні корені многочлена. Основна теорема алгебри (без доведення). Розв'язування алгебраїчних рівнянь вищих степенів.	Лекція
17	Комплексні корені многочлена. Основна теорема алгебри. Розв'язування алгебраїчних рівнянь вищих степенів.	Практичне заняття
18—19	Застосування комплексних чисел в тригонометрії.	Практичне заняття
20	Урок систематизації знань.	Практичне заняття
21	Використання комплексних чисел в геометрії.	Лекція
22—23	Використання комплексних чисел в геометрії.	Практичне заняття
24	Перетворення площини і комплексні числа.	Лекція
25—26	Перетворення площини і комплексні числа.	Практичне заняття
27	Урок систематизації. Розв'язування задач з використанням комп'ютера.	Практичне заняття
28	Застосування комплексних чисел до розв'язування задач із деяких розділів фізики.	Лекція
29—30	Застосування комплексних чисел до розв'язування задач із деяких розділів фізики.	Практичне заняття

№ уроку	Зміст уроку	Тип уроку
31	Внесок провідних математиків у розвиток теорії комплексних чисел.	Семінарське заняття з повідомленнями учнів
32	Спроби інтерпретації комплексних чисел провідними математиками.	Семінарське заняття з повідомленнями учнів
33	Узагальнення комплексних чисел.	Семінарське заняття з повідомленнями учнів
34	Підсумковий урок.	

ЛІТЕРАТУРА

1. Андронов И. К. Математика действительных и комплексных чисел. — М.: Просвещение, 1975.
2. Балк М. Б., Балк Г. Д., Полухин А. А. Реальные применения мнимых чисел. — К.: Рад. шк., 1988.
3. Виленкин Н. Я., Ивашев-Мусатов О. С., Шварцбурд С. И. Алгебра и математический анализ в 11 классе: Учеб. пособ. для кл. с углубл. изучением мат. — М.: Просвещение, 1990.
4. Галицкий М. Л., Мошкович М. М., Шварцбурд С. И. Углубленное изучение алгебры и математического анализа: Метод. рекомендации и дидакт. материалы: Пособие для учителя. — М.: Просвещение, 1986.
5. Глейзер Г. И. История математики в школе. IX—X кл.: Пособие для учителей. — М.: Просвещение, 1964.
6. Завало С. Т. Комплексні числа. К.: Вища шк., 1983.

7. Избранные вопросы математики, 10 кл. Факультативный курс / Под ред. Фирсова. — М.: Просвещение, 1980.
8. Маркушевич А. И. Комплексные числа и конформные отображения. — М.: Физматгиз, 1960.
9. Програма для класів з поглибленим вивченням математики. 8—11 класи / Підготували: М. Бурда, М. Жалдак, Т. Колесник, Т. Хмара, М. Ядренко // Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика. 5—11 класи. — К.: Шкільний світ, 2001.
10. Скопец З. А. Геометрические миниатюры. — М.: Просвещение, 1990.
11. Шкіль М. І., Колесник Т. В., Хмара Т. М. Алгебра і початки аналізу: Підручник для учнів 10 кл. з поглибленим вивченням математики в середніх закладах освіти. — К.: Освіта, 2000.
11. Яглом И. М. Комплексные числа и их применение в геометрии. — М.: Физматгиз, 1963.

ПРОГРАМА КУРСУ ЗА ВИБОРОМ «ОРИГАМЕТРИЯ» ДЛЯ УЧНІВ 8 АБО 9 КЛАСІВ

Пояснювальна записка

Геометрія — один з найважливіших розділів шкільного курсу математики. Саме геометрія допомагає розвинути логічне мислення, виховати просторову уяву учнів, застосувати математику до практичної діяльності людини. Досвід показує, що наочність при вивченні курсу геометрії дозволяє учням якісно і свідомо засвоїти геометричні поняття і методи розв'язування задач, що важче досягається шляхом усталеного академічного лекційного викладу тільки на рівні уяви. Особливого значення для підвищення пізнавальної активності та мотивації учнів до навчання набуває можливість самостійної геометричної побудови або конструювання. Конструювання учнями виробів з паперу, долучення до мистецтва оригамі і допоможе їм краще засвоїти такі важливі геометричні поняття як симетрія, рівність фігур, тривимірний простір, аналізувати, обґрунтовувати, відкривати і доводити властивості геометричних фігур. Оригамі сприятиме створенню наочної моделі евклідової геометрії та допоможе побачити в академічній науці мистецтво.

Курс розрахований на учнів 8 або 9 класу і має на меті всебічний розвиток геометричного та образного мислення, просторової уяви учнів, формування геометричних знань шляхом побудов за допомогою аркуша паперу, творчий розвиток особистості.

Завдання курсу: унаочнити вивчення геометрії, сприяти реалізації її прикладної спрямованості, виробити основні навички в мистецтві оригамі, надати початкові відомості про просторові фігури.

Конструювання при вивченні курсу «Оригаметрія» дозволить учням сприймати геометрію не тільки як академічну науку, а ще і як науку мистецтва, творчості і краси, що підвищить їхню мотивацію до навчання геометрії і розуміння її місця у житті і діяльності людини, дозволить урізноманітнити навчальну діяльність, побачити іншу, творчу сторону того предмета, який в подальшому може стати профільним у старшій школі.

Вивчення курсу розраховане на 9 або 17 академічних годин з тижневим навантаженням — 1 год. Якщо на курс відведено 9 годин, то його можна опрацювати у IV-й чверті 8 класу. Якщо на викладання курсу буде відведено 17 годин, то він може бути реалізований у 9 класі протягом одного семестру.

Тематика й орієнтовний розподіл навчального часу для 9-годинного (або 17-годинного) курсу

№ теми	Назва теми	К-сть годин
1	Вступ до оригаметрії	1 (1)
2	Оригамі й основні геометричні побудови	1 (1)
3	Трикутники й оригамі	1 (3)
4	Чотирикутники й оригамі	2(3)
5	Розв'язування задач за допомогою оригамі	1 (3)
6	Правильні многокутники й оригамі. Кусудами	1 (3)
7	Конкурс фігур оригамі (захист практичних робіт)	1 (2)
Резерв навчального часу		1(1)
Разом		9(17)

Орієнтовне поурочне планування курсу та вимоги до рівня навчальних досягнень учнів при 9-годинному (або 17-годинному) вивченні курсу

№ уроку	Зміст навчального матеріалу	Вимоги до умінь і навичок учнів
1	Тема 1. Вступ до орігаметрії. Історія орігамі. Азбука орігамі. Задача про трисекцію прямого кута	Учні повинні: • знати історію виникнення і розвитку орігамі, азбуку орігамі; • уміти читати схеми для конструювання виробів орігамі; • мати уявлення про відмінність у розв'язуванні задачі на побудову традиційним методом за допомогою циркуля і лінійки і методом орігамі на прикладі задачі про трисекцію прямого кута
2	Тема 2. Орігамі й основні геометричні побудови. Ділення відрізка навпіл, побудова перпендикулярної і паралельної прямих, побудова кута, що дорівнює даному, побудова бісектриси кута	Учні повинні: знати і вміти використовувати сім основних правил (аксіом) геометричних побудов за допомогою орігамі
3 (3-5)	Тема 3. Трикутники й орігамі. Види трикутників, основні лінії в трикутнику, чудові точки трикутника, сума кутів трикутника	Учні повинні: • уміти будувати медіани, висоти, бісектриси, середні лінії, чудові точки у довільному трикутнику за допомогою орігамі (ознайомлення із задачами орігамі олімпіадного характеру,
4-5 (6-8)	Тема 4. Чотирикутники й орігамі. Властивості чотирикутників. Квадрат і орігамі. Використання прямокутного аркуша паперу для конструювання виробів орігамі	Учні повинні • уміти за допомогою орігамі перевіряти справедливості властивостей чотирикутників; • уміти виготовляти фігури орігамі з прямокутного і квадратного аркушів паперу (з аркушів паперу форми паралелограма і ромба)
6 (9-11)	Тема 5. Розв'язування задач і доведення теорем методом орігамі. Орігаметричні побудови та їх аналітичне обґрунтування. Порівняння класичного доведення відомих теорем з доведенням за допомогою орігамі	Учні повинні: уміти ділити сторону квадрата на рівні частини, будувати єгипетський трикутник (виконувати інші побудови); аналітично обґрунтовувати такі побудови; демонструвати доведення за допомогою орігамі
7 (12-14)	Тема 5. Правильні многокутники й орігамі. Кусудами. Правильні многокутники (п'ятикутник, шестикутник, восьмикутник), комбінації деяких правильних многокутників. Правильні многокутники в кусудамах	Учні повинні: уміти конструювати правильні многокутники; уміти виготовляти з правильних многокутників кусудами та інші тривимірні фігури
8 (15-16)	Підсумковий урок. Конкурс фігур орігамі, захист проектів	Презентації виробів орігамі, створених учнями власноруч, захист проектів
9(17)	Резерв навчального часу	

Література

1. Афонькин С. Ю., Афонькина Е.Ю. Волшебные шары: Оригами. - М.:ТЕРРА — Книжн. клуб, 2001.
2. Афонькин С. Ю., Афонькина Е. Ю. Все об Оригами. - СПб.: Кристалл, 2005.
3. Афонькин С. Ю., Афонькина Е. Ю. Игры и фокусы с бумагой. - М.: Рольф, АКИМ, 1999.
4. Афонькин С. Ю., Афонькина Е. Ю. Уроки Оригами в школе и дома. — М.: АКИМ, 1998.
5. Афонькин С.Ю. Международные условные знаки, принятые в оригами/ С.Ю. Афонькин, Е.Ю. Афонькина// Оригами на праздничном столе. - М., 1996, с.2-3
6. Белим С. Н., Белим С. В. Конструктор оригами. Многогранники. — Омск: Омск. Центр Оригами, 2003.
7. Белим С. Н., Белим С. В. Конструктор орига^и Правильные многоугольники в оригами. — Омск: Ом Центр Оригами, 2003.
8. Белим С. Н. Задачи по геометрии, решаемые ме дами Оригами. — М.: АКИМ, 1998.
9. Игрушки из бумаги. Около 100 моделей простыхислс ныхдлядетей и взрослых. Санкт-Петербург, «Дельта», 19<
10. Сержантова Т. Б.. Оригами. Новые модели. І Айрис-пресс, 2004.
11. М.В.Ткачева. Домашняя математика. М.: Прос щение, 1994.
12. <http://origami.ru/>
13. <http://www.origami-do.ru/>

ПРОГРАМА КУРСУ ЗА ВИБОРОМ «ГЕОМЕТРИЧНІ ПОБУДОВИ» ДЛЯ ДОПРОФІЛЬНОЇ ПІДГОТОВКИ УЧНІВ 9 КЛАСУ

Пояснювальна записка

Уміння розв'язувати задачі на побудову є важливою складовою математичної культури школярів та потужним інструментом для геометричних досліджень. У шкільному курсі геометрії задачі на побудову виділено в окремий розділ у 7 класі з метою навчання учнів основних геометричних побудов на площині і виробленню початкових умінь використання найпростіших креслярських інструментів (циркуля і лінійки). Для ознайомлення учнів з більш широким класом геометричних задач на побудову та методами їх розв'язування і призначено даний курс. Крім того, в межах опрацювання курсу учні матимуть можливість ознайомитися і з нестандартними для шкільної геометрії задачами на побудову. Це задачі, умови яких містять обмеження на використання традиційних інструментів для побудов, наприклад, задачі на побудову одним лише циркулем або однією лише лінійкою.

Даний курс розширює зміст шкільного курсу геометрії і призначений для допрофільної підготовки учнів, особливо тих, хто збирається продовжити навчання у профільних класах природничо -математичного напрямку. Його опрацювання надасть можливість не тільки створити міцне підґрунтя для подальшого навчання у класах з профільним або поглибленим вивченням математики, оцінити свої можливості щодо способів діяльності, а й розвинути вміння логічно мислити, аналізувати, доводити, досліджувати, робити припущення та перевіряти їх справедливості. Курс розрахований на 17 академічних годин у 9 класі.

Тематика курсу й орієнтовний розподіл навчального часу

№ теми	Назва теми	К-сть годин
1	Основні геометричні побудови за допомогою циркуля і лінійки	1
2	Геометричні дії над відрізками і кутами	1
3	Основні побудови трикутників	2
4	Метод базисних трикутників	2
5	Сегмент, що вміщує даний кут	2
6	Алгебраїчний метод розв'язування задач на побудову	2
7	Метод симетрії (спрямлення)	2
8	Геометричні побудови за допомогою однієї лише лінійки	1
9	Геометричні побудови за допомогою одного лише циркуля	1
10	Цікаві та нестандартні задачі на побудову	2
Резерв навчального часу		1
Разом		17

Орієнтовне поурочне планування курсу та вимоги до рівня навчальних досягнень учнів

№ уроку	Зміст навчального матеріалу	Вимоги до освітньої підготовки учнів
1	Тема 1. Основні геометричні побудови за допомогою циркуля і лінійки. Ділення відрізка навпіл; побудова перпендикулярної прямої, що проходить через дану точку (на даній прямій, поза даною прямою); побудова кута, що дорівнює даному; побудова бісектриси кута. Основні етапи розв'язування задачі на побудову	Учні повинні знати основні етапи розв'язування задачі на побудову та алгоритми основних побудов за допомогою циркуля і лінійки (ділення відрізка навпіл; побудова перпендикулярної прямої, що проходить через дану точку, яка лежить на даній прямій або поза даною прямою; побудова кута, що дорівнює даному; побудова бісектриси кута) та виконувати вказані побудови
2	Тема 2. Геометричні дії над відрізками і кутами. Побудова суми і різниці двох відрізків, суми і різниці двох кутів, ділення відрізка на п рівних частин, ділення кута на парну кількість рівних частин, побудова кутів градусної міри 15, 30, 45, 60 та ін.	Учні повинні вміти застосовувати алгоритми основних побудов за допомогою циркуля і лінійки для: • побудови суми і різниці двох відрізків; • ділення відрізка на п рівних частин; • побудови суми і різниці двох кутів; • ділення кута на парну кількість рівних частин; • побудови кутів градусної міри 15, 30, 45, 60 та ін.
3-4	Тема 3. Основні задачі на побудову трикутників. Побудова довільних трикутників за трьома його елементами. Побудова прямокутних трикутників. Побудова рівнобедрених трикутників	Учні повинні вміти будувати: • довільні трикутники за двома сторонами та кутом між ними, за стороною і двома прилеглими до неї кутами, за трьома сторонами; • прямокутні трикутники за двома катетами; за катетом і гіпотенузою, за катетом і гострим кутом, гіпотенузою і гострим кутом; • рівнобедрені трикутники за основою і бічною стороною, за основою і кутом при основі, за основою кута при вершині, за бічною стороною і кутом при основі, за бічною стороною і кутом при вершині
5-6	Тема 4. Метод базисних трикутників. Поняття базисного трикутника. Побудова трикутників та інших геометричних фігур методом базисних трикутників	Учні повинні: • знати провідну ідею метода (виділення базисного трикутника як частини фігури, яку потрібно побудувати) • уміти будувати базисний трикутник і добудовувати його до шуканої фігури
7-8	Тема 5. Сегмент, що вміщує даний кут. Основна задача: побудова точки, з якої заданий відрізок видно під заданим кутом. Розв'язування	Учні повинні вміти: • будувати точку, з якої заданий відрізок видно під заданим кутом; • розв'язувати задачі на побудову

	задач на побудову з використанням сегмента, що вміщує даний кут	різного рівня складності із застосуванням основної задачі
9-10	Тема 6. Алгебраїчний метод розв'язування задач на побудову	Учні повинні вміти будувати: • відрізки ірраціональної довжини ($x = \sqrt{4}$, $x = \sqrt{7}$ і т.д.); • четвертий пропорційний відрізок ($x = \frac{ac}{b}$); • середнє геометричне двох відрізків ($x = \sqrt{ab}$)
11-12	Тема 7. Метод симетрії (спрямлення). Побудова геометричних фігур за даними сумою або різницею її лінійних елементів	Учні повинні знати: • метод симетрії (спрямлення). Учні повинні вміти: • розв'язувати задачі на побудову методом спрямлення (за заданою сумою або різницею лінійних елементів фігури)
13	Тема 8. Геометричні побудови за допомогою однієї лише лінійки. Задачі на побудову за допомогою однієї лише лінійки (лінійка є односторонньою і не має поділок)	Учні повинні знати, які побудови можна виконувати; допомогою однієї лише лінійки та застосовувати їх для розв'язування відповідних задач на побудову
14	Тема 9. Геометричні побудови за допомогою одного лише циркуля. Основна теорема геометрії циркуля (про можливість розв'язування задач на побудову за допомогою одного лише циркуля). Задачі на побудову за допомогою одного лише циркуля	Учні повинні: • знати основну теорему геометрії циркуля; • розв'язувати найпростіші задачі на побудову за допомогою одного лише циркуля
15-16	Тема 10. Цікаві та нестандартні задачі на побудову	Учні повинні вміти розв'язувати задачі на: • відновлення фігури за даними елементами; • побудову фігури обмеженою кількістю кроків; • побудову фігури інструментами з обмеженими можливостями; • побудову фігури з недосяжними точками; • побудову фігури за допомогою «п'ятака» тощо
17	Резервний урок. Підсумки вивчення курсу	

Література

1. Апостолова, Г. В. Геометрія: 9: дворівн. підр. для загальноосвіт. шк. — К.: Генеза, 2009.
2. Апостолова, Г. В. Геометрія: 8: дворівн. підр. для загальноосвіт. шк. — К.: Генеза, 2008.
3. Апостолова, Г. В. Геометрія: 7: дворівн. підр. для загальноосвіт. шк. — К.: Генеза, 2004.
4. Єршова А. П. Геометрія. 8 клас: Підручник/А. П. Єршова, В. В. Голобородько, О. Ф. Крижановський. — Х.: Веста: АН ГРО ПЛЮС, 2008.
5. Костовский А. Н. Геометрические построения одним циркулем на плоскости и одним лишь сферографом в пространстве. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.
6. Кушнір І. А. Побудова трикутника. Енциклопедія розв'язування задач. Навч. посібник. — Либідь, 1994.
7. Кушнір І. А. Методи розв'язання задач з геометрії. Кн. для вчителя. — К.: Абрис, 1994.
8. Кушнір, Исаак. Геометрия на баррикадах. - 2-е изд., перераб. и доп. - К.: Факт, 2009.
9. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: Підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закладів. -Х.: Гімназія, 2008.
10. МоизЭ. Э. и ДаунсФ. Л., мл. Геометрия. Перевод с англ. И. А. Вайнштейна. Под ред. И. М. Яглома. М.: Просвещение, 1972.

ПРОГРАМА ФАКУЛЬТАТИВНОГО КУРСУ З ГЕОМЕТРІЇ ДЛЯ 9 КЛАСУ ЗАГАЛЬНООСВІТНІХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ «ДЕСЯТЬ УРОКІВ ГАРМОНІЇ»

Пояснювальна записка

Факультативний курс з геометрії поряд із загальноосвітніми дисциплінами сприятиме загальнокультурному розвитку особистості, формуванню світогляду учня, його прагненню до пізнання і самовдосконалення. Факультативні заняття допоможуть учням побачити світ в єдності, красі та багатогранності, побачити гармонію світобудови. Вчитель зможе показати застосування математичних методів та прояви математичних закономірностей у різних областях науки, мистецтва та у природі.

Основна ціль таких факультативних занять, ураховуючи можливості та інтереси учнів, показати, що математика — не тільки чітка система законів, теорем і задач, а і досконалий засіб пізнання навколишнього світу, його гармонії й краси.

Разом з тим зміст факультативного курсу пов'язаний з вивченням шкільного програмного матеріалу з геометрії. З метою розвитку конструктивних умінь учнів та просторового мислення до програми факультативу включено теми про побудову зображень, виготовлення моделей просторових фігур, розв'язування задач на оперування просторовими образами.

Значну увагу слід приділити розв'язуванню задач, які залежно від рівня й особливостей підготовки учнів можуть бути різної складності. Важлива роль при цьому відводиться прикладним, історичним, визначним задачам.

Факультативні заняття відкриють широкі можливості для впровадження різних форм роботи з учнями: лекцій, доповідей, рефератів, дискусій, написання математичних творів, складання задач, створення комп'ютерних презентацій.

Розподіл навчального часу

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	УРОК 1. Історичні віхи розвитку геометрії	3
2	УРОК 2. Золотий переріз і гармонія форм природи і мистецтва	3
3	УРОК 3. Геометрія архітектурної гармонії	3
4	УРОК 4. Правильні многогранники - п'ять красивих геометричних тіл	3
5	УРОК 5. Прикладні задачі з геометрії	3
6	УРОК 6. Симетрія - основний принцип світобудови	3
7	УРОК 7. Геометричні закономірності мистецтва орнаменту	3

8	УРОК 8. Просторові моделі геометричних тіл	3
9	УРОК 9. Зображення просторових фігур на площині	3
10	УРОК 10. Задачі на розвиток просторового мислення	3

Зміст навчального матеріалу та вимоги до рівня навчальних досягнень учнів

К-сть годин	Тема, зміст навчального матеріалу	Вимоги до рівня навчальних досягнень учнів
3	УРОК 1. Історичні віхи розвитку геометри Фалес Мілетський. «Основи» Евкліда. Піфагор та його школа. Архімед про обчислення площ поверхонь і об'ємів геометричних тіл. Задачі з давніх рукописів. Розв'язування визначних історичних задач. [1],[2],[3],[4],[5]	Називає імена вчених (Фалес, Евклід, Піфагор, Архімед). Характеризує здобутки в галузі геометрії, зроблені давньогрецькими вченими. Записує і пояснює основні формули і теореми Фалеса, Евкліда, Піфагора, Архімеда. Наводить приклади і пояснює задачі з давніх рукописів, історичні задачі. Розв'язує деякі визначні задачі
3	УРОК 2. Золотий переріз і гармонія форм природи і мистецтва Поняття золотого перерізу, властивості. Геометричні фігури і золотий переріз. Золотий переріз і закони мистецтва. Прояви золотої пропорції у природі. [6], [7], [8], [9], [10]	Описує поділ відрізка у золотому відношенні. Записує і пояснює рівняння золотого перерізу, число, властивості золотого перерізу. Наводить приклади геометричних фігур, пов'язаних із золотим перерізом (золоті прямокутники, пентаграма, золотий трикутник). Пояснює геометричну побудову поділу відрізка у золотому відношенні. Характеризує зв'язок золотого перерізу і законів мистецтва та прояви золотої пропорції у природі
3	УРОК 3. Геометрія архітектурної гармонії Легенда про подвоєння куба. Геометрія єгипетських пірамід. Архітектурні пропорції Парфенона. Архітектура і біоніка. Краса геометричних форм у будівлях старовини і сучасності. Куля як досконале геометричне тіло в архітектурі. [11], [12], [13], [14]	Описує легенду про подвоєння куба. Пояснює геометричні закономірності у будові єгипетських пірамід, давньогрецького храму Парфенон. Характеризує красу і досконалість геометричних форм в архітектурних будівлях старовини і сучасності. Розуміє термін біоніка
3	УРОК 4. Правильні многогранники - п'ять красивих геометричних тіл Правильні многогранники і формула Ейлера. Філософські ідеї про зв'язок правильних многогранників із гармонією світобудови (Піфагор, Платон, Кеплер, сучасна ікосаедрододакедрова гіпотеза про структуру Землі). Правильні многогранники у	Записує і пояснює формулу Ейлера для опуклих многогранників. Розпізнає і називає п'ять правильних многогранників. Характеризує філософські ідеї та гіпотези про зв'язок правильних многогранників з гармонією світобудови. Описує напівправильні та зірчасті многогранники. Наводить приклади правильних многогранників у

	природі. Напівправильні многогранники (тіла Архімеда), зірчасті многогранники (тіла Кеплера-Пуансо). Правильні многогранники у мистецтві. [15]. [16], [17], [14]	природі та мистецтві
3	УРОК 5. Прикладні задачі з геометрії Розв'язування прикладних задач з планіметрії та стереометрії. Прикладні задачі з підручників минулих століть. Створення учнями власних задач. Аналіз розв'язаних задач з точки зору їх краси: зміст умови, важливість задачі, складність, оригінальність методу розв'язування, несподіваність результату. [18], [19], [20], [21]	Наводить приклади математичних моделей реальних ситуацій. Описує етапи моделювання, прикладні задачі з підручників минулого. Застосовує моделювання до розв'язування прикладних задач, створення власних задач. Аналізує красу розв'язаних задач
3	УРОК 6. Симетрія - основний принцип світобудови Види симетрії: центральна, осьова, дзеркальна, переносна, поворотна, гвинтова. Фігури, що мають центри, осі, площини симетрії. Симетрія у природі, науці, техніці, архітектурі, живописі, літературі, музиці. Створення комп'ютерних презентацій. [22], [23]	Описує види симетрії. Наводить приклади фігур, які мають центр, вісь, площину симетрії. Характеризує застосування і прояви симетрії в природі, техніці, мистецтві. Застосовує вивчені властивості симетрії у створенні-комп'ютерних презентацій
3	УРОК 7. Геометричні закономірності мистецтва орнаменту Правильні многокутники. Математична задача про «заповнення» площини рівними фігурами без пропусків і перекриття. Задача про поділ кола на частини. Створення орнаментів різними народами. Паркет як вид орнаменту. Практична робота із створення орнаментів. [13]. [19]. [23]	Формулює означення правильного многокутника. Пояснює суть задачі про «заповнення» площини рівними фігурами без пропусків і перекриття. Виконує поділ кола на 2, 4, 8, 3, 6, 12 частин. Описує орнаменти різних народів. Застосовує розглянуті властивості для створення власного орнаменту
3	УРОК 8. Просторові моделі геометричних тіл Конструювання моделей геометричних тіл та їх комбінацій за допомогою комп'ютерних програмних засобів. Виготовлення моделей за їх розгортками. Практичні роботи з моделями [17], [24]	Розпізнає моделі призми, піраміди, циліндра, конуса, кулі. Знаходить у комбінаціях геометричних тіл відомі геометричні тіла та їх частини. Застосовує властивості геометричних тіл та їх розгортки для виготовлення моделей геометричних тіл, для конструювання моделей за допомогою програмних засобів Використовує виготовлені моделі для проведення обчислювальних практичних робіт
3	УРОК 9. Зображення просторових фігур на площині. Паралельне проектування. Побудова зображень прямих і площин у просторі, зображень многогранників, тіл обертання та їх комбінацій.	Описує правила паралельного проектування. Будує зображення прямих, площин, прямокутного паралелепіпеда, призми, піраміди, прямого кругового циліндра, конуса, кулі. Застосовує зображення просторових фігур для побудови їх проєкцій, дослідження результатів

	Застосування комп'ютерно-орієнтованих програмних засобів для графічної ілюстрації геометричних фігур, створення геометричних образів просторових об'єктів, їх проєкцій, вірогідних наслідків перетворення просторових фігур. [17], [24], [25]	перетворень
3	УРОК 10. Задачі на розвиток просторового мислення Розв'язування задач на оперування просторовими образами, уявні дії з розгортками та проєкціями просторових тіл. Візуальні задачі з використанням просторових образів у картинах художників (М. Ешер та ін.) [15], [26]	Описує розгортки та проєкції просторових фігур. Виконує уявні дії з розгортками та проєкціями просторових фігур. Характеризує візуальні образи в картинах художників. Використовує уявні дії з просторовими фігурами до розв'язування задач

Орієнтовне календарно-тематичне планування курсу

№ заняття	Дата	Тема та зміст заняття
1	вересень	УРОК 1. Історичні віхи розвитку геометрії Фалес Мілетський. «Основи» Евкліда. Піфагор та його школа. Архімед про обчислення площ поверхонь і об'ємів геометричних тіл
2-3	вересень	Задачі з давніх рукописів. Розв'язування визначних історичних задач
4-5	жовтень	УРОК 2. Золотий переріз і гармонія форм природи і мистецтва Поняття золотого перерізу, властивості. Геометричні фігури і золотий переріз
6	жовтень	Золотий переріз і закони мистецтва. Прояви золотого пропорції у природі
7	жовтень	УРОК 3. Геометрія архітектурної гармонії Легенда про подвоєння куба
8	листопад	Геометрія єгипетських пірамід. Архітектурні пропорції Парфенона. Архітектура і біоніка
9	листопад	Краса геометричних форм у будівлях старовини і сучасності. Куля як досконале геометричне тіло в архітектурі
10-11	листопад	УРОК 4. Правильні многогранники - п'ять красивих геометричних тіл Правильні многогранники і формула Ейлера. Філософські ідеї про зв'язок правильних многогранників із гармонією світобудови (Піфагор, Платон, Кеплер, сучасна ікосаедро-додекаедрова гіпотеза про структуру Землі)
12	грудень	Правильні многогранники у природі. Напівправильні многогранники (тіла Архімеда), зірчасті многогранники (тіла Кеплера-Пуансо). Правильні многогранники у мистецтві
13	грудень	УРОК 5. Прикладні задачі з геометрії Розв'язування прикладних задач з планіметрії та стереометрії. Прикладні задачі з підручників минулих століть
14-15	грудень	Створення учнями власних задач. Аналіз розв'язаних задач з точки зору їх краси: зміст умови, важливість задачі, складність, оригінальність методу розв'язування, несподіваність результату
16	січень	УРОК 6. Симетрія - основний принцип світобудови Види симетрії: центральна, осьова, дзеркальна, переносна, поворотна, гвинтова. Фігури, що мають центри, осі, площини симетрії
17	січень	Симетрія у природі, науці, техніці, архітектурі, живописі, літературі, музиці
18	січень	Створення комп'ютерних презентацій
19	лютий	УРОК 7. Геометричні закономірності мистецтва орнаменту

		Правильні многокутники. Математична задача про «заповнення» площини рівними фігурами без пропусків і перекриття. Задача про поділ кола на частини
20-21	лютий	Створення орнаментів різними народами. Паркет як вид орнаменту. Практична робота із створення орнаментів
22-23	березень	УРОК 8. Просторові моделі геометричних тіл Конструювання моделей геометричних тіл та їх комбінацій за допомогою комп'ютерних програмних засобів. Виготовлення моделей за їх розгортками
24	березень	Практичні роботи з моделями
25	березень	УРОК 9. Зображення просторових фігур на площині Паралельне проектування. Побудова зображень прямих і площин у просторі, зображень многогранників, тіл обертання та їх комбінацій
26-27	квітень	Застосування комп'ютерно-орієнтованих програмних засобів для графічної ілюстрації геометричних фігур, створення геометричних образів просторових об'єктів, їх проєкцій, вірогідних наслідків перетворення просторових фігур
28-29	квітень	УРОК 10. Задачі на розвиток просторового мислення Розв'язування задач на оперування просторовими образами, уявні дії з розгортками та проєкціями просторових тіл
30	травень	Візуальні задачі з використанням просторових образів у картинах художників (М. Ешер та ін.)

Література

- Бевз В. Г. Історія математики. — Харків: Вид. група «Основа», 2006. - 176 с. - (Серія «Бібліотека журналу «Математика в школах України»)
- Бевз В., Сверчевська І. Геометричні тіла у визначних математичних задачах // Математика в школі. -2002. - № 5. - С. 6-9, № 6. - С. 11-15.
- Борисовский Г. Слово об архитектуре. — М.: Знание. Серия:Искусство, 1975.
- Глейзер Г. И. История математики в школе. VII — VIII кл. - М.: Просвещение, 1982. -240 с.
- Ковалев Ф.В. Золотое сечение в живописи. - К. Вищ. шк., 1989. - 140 с.
- Кованцов Н. И. Математика и романтика. - К. Вищ. шк., 1976. -96 с.
- Конфорович А. Г. Колумби математики. — К.: Рад. шк., 1982. - 222 с.
- Конфорович А.Г. Визначні математичні задачі. — К.: Рад. шк., 1981.- 189 с.
- Левитин К. Е. Геометрическая рапсодия. — М.: Знание, 1984.- 176 с.
- Литцман В. Веселое и занимательное о числах и фигурах. — М.: Физматгиз, 1963. — 264 с.
- Орач Б. Використання програмного матеріалу для ознайомлення учнів з досягненнями сучасної математики // Математика в школі. - 1998. - № 1. — С.38.
- Попов Є. Д. Алгебраїчні властивості відношення золотого перерізу//У світі математики. Вип. 11. - С. 74—76.
- Попов Є. Д. Геометричні властивості золотого перерізу // У світі математики. Вип. 13. — С. 32-33.
- Сверчевська І. Застосування золотого перерізу та йогоуза-гальнення // Математика в школі. — 2002. — № 3. — С 45 — 47.
- ТадесєВ.О. Геометрія. 10 кл. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2006.
- Тарасов Л. В. Геометрія навколишнього світу. — Суми: ВТД Університетська книга, 2008. - 186 с.

ЕЛЕМЕНТИ СТОХАСТИКИ. ПРОГРАМА ФАКУЛЬТАТИВНОГО КУРСУ ДЛЯ 10 КЛАСУ (25 год)

Пояснювальна записка

Сучасні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів передбачають формування умінь здобувати інформацію з різних джерел, засвоювати, поповнювати та оцінювати її, застосовувати способи пізнавальної і творчої діяльності. При цьому особлива увага приділяється практичній і творчій складовим навчальної діяльності. Даний факультативний курс дозволяє розширити знання учнів про зміст і методи математичного моделювання, набути вміння будувати ймовірнісні математичні моделі, досліджувати їх методами математики, навчитися давати інтерпретацію отриманих результатів, проводити власні опитування, спостереження, робити висновки, застосовувати комп'ютер для опрацювання спостережених даних.

Основною **метою** факультативного курсу є формування в учнів наукового світогляду, уявлень про ідеї і методи стохастичності, її роль у пізнанні дійсності.

Завдання факультативного курсу полягають у тому, щоб, урахувавши інтереси і нахили учнів, ознайомити їх з деякими загальними математичними ідеями і методами стохастичності; розвивати математичні здібності учнів, прищеплювати учням зацікавленість та смак до самостійних занять з математики; виховувати і розвивати ініціативу та творчість, показати застосування математичних (зокрема, стохастичних) знань на практиці.

Зміст факультативного курсу має особистісно орієнтовану спрямованість, яка досягається широкою тематикою практичних завдань для самостійної роботи, що дає можливість брати до уваги пізнавальні інтереси учнів, урахувати їх здібності і вікові особливості. Основна увага приділяється формуванню вмінь моделювати, читати та складати таблиці, схеми, діаграми, проводити власні дослідження, збирати емпіричні дані, висувати гіпотези, опрацьовувати отримані результати.

Використання педагогічного програмного засобу G RAN 1 під час навчання учнів елементів стохастичності створює умови для зосередження уваги на з'ясуванні сутності явищ, що їх вивчають, їхніх властивостей, причинно-наслідкових зв'язків, різноманітних особливостей окремих їх проявів.

Особливістю запропонованої програми є використання статистичного підходу до формування поняття ймовірності. Статистичний підхід до формування поняття ймовірності події надає можливість формувати уявлення учнів старшої школи про сучасний аксіоматичний метод побудови теорії ймовірностей; реалізувати внутріпредметні та міжпредметні зв'язки; вивчати одночасно і теорію ймовірностей і математичну статистику; має широкі можливості для пропедевтичної роботи та формування навчально-дослідницьких умінь учнів.

Факультатив «Елементи стохастичності» пропонується для учнів старшої школи загальноосвітніх навчальних закладів. Програма розрахована на 25 навчальних годин, 1 година на тиждень.

Програмою факультативу передбачено достатню кількість навчальних годин для організації та проведення статистичних навчальних досліджень. Але при необхідності для цього можна використовувати і години навчальної практики, оскільки це дає змогу організувати комплексні екскурсії з різних предметів; ознайомитися не тільки з процесом чи виробництвом, а й знайти матеріал, ідеї для проведення власного до-

слідження;дібрати матеріал для систематизації та статистичного опрацювання: показати та реалізувати внутріпредметні та міжпредметні зв'язки, зв'язок теорії з практикою.

Розподіл навчального часу

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Основні поняття теорії множин	1
2	Стохастика як наука	2
3	Події	1
4	Операції над подіями	1
5	Ймовірнісний простір	3
6	Розподіли статистичних ймовірностей	7
7	Організація та проведення навчального статистичного дослідження	10
Разом		25

Зміст навчального матеріалу та вимоги до рівня навчальних досягнень учнів

К-сть годин	Тема, зміст навчального матеріалу	Вимоги до рівня навчальних досягнень учнів
1	Тема 1. Основні поняття теорії множин Основні поняття теорії множин: множина, елементи множини; порожня множина; підмножина; скінченні та нескінченні множини	Учень (учениця) <i>наводить приклади</i> скінченних і нескінченних множин; <i>використовує</i> різні способи задання множин; <i>зображує</i> на діаграмах чи числовій прямій об'єднання переріз множин та <i>ілюструє</i> поняття підмножини; <i>пояснює</i> зміст понять «власна» та «невласна підмножина множини»
2	Тема 2. Стохастика як наука Про стохастичну науку. Стохастичний експеримент: експеримент, стохастичний експеримент, наслідок випробування, елементарна подія, простір елементарних подій	Учень (учениця) <i>формулює</i> особливості стохастичного експерименту; <i>наводить приклади</i> стохастичних експериментів і <i>будує</i> відповідні простори елементарних подій; <i>використовує</i> різні моделі для зображення простору елементарних подій
1	Тема 3. Події Поняття випадкової події. Вірогідна та неможлива події. Еквівалентні події	Учень (учениця) <i>розрізняє</i> події та елементарні події; <i>записує</i> події, що визначаються простором елементарних подій; <i>ілюструє</i> поняття випадкової події, що спричинюється елементарними подіями
1	Тема 4. Операції над подіями Операції над подіями: сума подій, добуток подій, різниця подій. Несумісні події. Протилежні події.	Учень (учениця) <i>зображає</i> на діаграмах суму, добуток і різницю подій, <i>надає</i> множинну інтерпретацію;

	Геометрична і теоретико-множинна інтерпретація операцій над подіями	<i>ілюструє</i> поняття сумісних і несумісних подій; на схемах <i>подає</i> зв'язки між подіями та елементарними подіями
3	Тема 5. Ймовірнісний простір Простір подій. Поняття статистичної ймовірності події. Основні властивості статистичної ймовірності. Ймовірнісний простір. Уточнення поняття випадкової події	Учень (учениця) <i>формулює</i> властивості простору подій; <i>будує</i> можливі простори подій; <i>описує</i> поняття випадкової події, як підмножину простору подій; <i>записує</i> формулу для обчислення статистичної ймовірності події; <i>формулює</i> основні властивості статистичної ймовірності; <i>обґрунтовує</i> інші властивості статистичної ймовірності; <i>обчислює</i> абсолютні частоти та статистичні ймовірності подій у кожному з побудованих просторів подій; <i>описує</i> ймовірнісний простір; <i>формулює</i> систему аксіом теорії ймовірностей
7	Тема 6. Розподіли статистичних ймовірностей Поняття дискретного розподілу статистичних ймовірностей. Функція дискретного розподілу статистичних ймовірностей. Поняття неперервного розподілу статистичних ймовірностей. Функція неперервного розподілу статистичних ймовірностей. Щільність неперервного розподілу статистичних ймовірностей. Числові характеристики дискретного та неперервного розподілів статистичних ймовірностей. Програмний засіб GRAN 1. Розв'язування задач стохастичного характеру за допомогою GRAN1. Нормальний розподіл статистичних ймовірностей	Учень (учениця) <i>складає</i> ряди розподілу статистичних ймовірностей у найпростіших випадках; <i>надає</i> геометричну та фізичну інтерпретацію ряду розподілу. Для дискретного розподілу: <i>будує</i> функцію розподілу статистичних ймовірностей; <i>обчислює</i> числові характеристики розподілу; <i>пояснює</i> зміст характеристик вибірки. Для неперервного розподілу за допомогою ППЗ GRAN1: <i>будує</i> функцію розподілу статистичних ймовірностей; <i>знаходить</i> числові характеристики розподілу. Використовує ППЗ GRAN1 для розв'язування задач стохастичного характеру
10	Тема 7. Організація та проведення навчального статистичного дослідження Організація та проведення навчального статистичного дослідження. Опрацювання результатів проведеного статистичного дослідження	Учень (учениця) <i>застосовує</i> отримані знання на практиці під час проведення власних статистичних досліджень

Орієнтовне календарно-тематичне планування курсу

№ заняття	Дата	Тема та зміст заняття
1		Основні поняття теорії множин Основні поняття теорії множин: множина, елементи множини; порожня множина; підмножина; скінченні та нескінченні множини (<i>/ год</i>)
2-3		Стохастика як наука

		Про стохастику як науку (<i>семінарське заняття</i>) (1 год). Стохастичний експеримент: експеримент, стохастичний експеримент, наслідок випробування, елементарна подія, простір елементарних подій (7 год)
4		Події Поняття випадкової події. Вірогідна та неможлива події. Еквівалентні події (7 год)
5		Операції над подіями Операції над подіями: сума подій, добуток подій, різниця подій. Несумісні події. Протилежні події. Геометрична і теоретико-множинна інтерпретація операцій над подіями (7 год)
6-8		Ймовірнісний простір Простір подій (1 год). Поняття статистичної ймовірності події. Основні властивості статистичної ймовірності (1 год). Ймовірнісний простір. Уточнення поняття випадкової події (7 год)
9-15		Розподіли статистичних ймовірностей Поняття дискретного розподілу статистичних ймовірностей. Функція дискретного розподілу статистичних ймовірностей (7 год). Поняття неперервного розподілу статистичних ймовірностей. Функція неперервного розподілу статистичних ймовірностей. Щільність неперервного розподілу статистичних ймовірностей (7 год). Числові характеристики дискретного та неперервного розподілів статистичних ймовірностей (1 год). <i>Лабораторна робота №1</i> . Програмний засіб GRAN1 (7 год). <i>Лабораторна робота №2</i> . Розв'язування задач стохастичного характеру за допомогою GRAN1 (2 год). Нормальний розподіл статистичних ймовірностей (1 год)
16-25		Організація та проведення навчального статистичного дослідження Визначення проблеми дослідження, формулювання теми і мети дослідження (1 год). Визначення способів збирання і методів опрацювання даних (1 год). Збирання та уточнення даних (2 год). Опрацювання даних. Аналіз отриманих результатів. Формулювання висновків. Оформлення результатів дослідження. (4 год). <i>Учнівська конференція «Стохастика і довкілля»</i> (2 год)

Література

1. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики. — К. : Техніка, 1997. - 303 с.
2. Жалдак М. І., Грохольська А. В., Жильцов О. Б. Математика (Алгебра і початки аналізу) з комп'ютерною підтримкою: Навчальний посібник для підготовчих відділень,- К.: МАУП, 2003. - 304 с.
3. Жалдак М. І., Михалін Г. О. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою. — К.: Шкільний світ, 2006. — 120 с.
4. Лютикас В. С. Факультативний курс по математике. Теория вероятностей? Это интересно! / В. С. Лютикас. - М. : Мир, 1993. -216 с.

НЕСТАНДАРТНІ УРОКИ З МАТЕМАТИКИ

КОНСПЕКТ УРОКУ З МАТЕМАТИКИ ДЛЯ УЧНІВ 7 КЛАСУ

*З усіх мов світу сама краща – це мова штучна,
дуже стисла мова, мова математики...*

Н.І. Лобачевський

Тема уроку. Додавання та віднімання многочленів

Мета уроку. Узагальнення і систематизація знань, умінь, навичок учнів додавати, віднімати многочлена, визначати степінь многочлена, повторити означення і властивості степеня з натуральним показником; формування навичок розв'язування вправ на застосування властивостей степеня; формуванню вмінь узагальнювати знання, розвивати логічне мислення учнів, математичну мову; виховувати позитивне ставлення до навчання і відповідальність за свої досягнення.

Тип уроку. Урок закріплення та систематизації знань, умінь та навичок.

Форма проведення уроку. Гра –змагання «Лабіринт»

Хід уроку.

Клас об'єднано в 3 команди. У кожній команді по 7 учасників. Гравцям доведеться змагатися з злим чарівником Волдемортом, який зачарував клас і відправив його до чарівного лабіринту. Знайти вихід з лабіринту зможе лише та команда, яка правильно відповість на всі запитання і з отриманих відповідей складе слова, які потім складе у речення.

Картки містять різнорівневі завдання.

Вступне слово вчителя.

Всі ви читали казку Д. Ролінг «Гаррі Поттер», знайомі з злим чарівником Волдемортом. Пам'ятаєте той чарівний лабіринт, який треба було пройти Гаррі, щоб виграти Тричаклунський турнір. Ось сьогодні і ми з вами потрапили до цього лабіринту, і вийти з нього зможемо лише тоді, коли правильно вгадаємо вислів, який буде ключем для виходу. Волдеморт залишив нам два слова для підказки «до», «безсмертних», а решту слів цього вислову давньогрецького філософа Платона нам потрібно розшукати.

Щоб пройти лабіринт, треба подолати труднощі і випробовування всіх етапів. Випробовування складаються з тестових завдань, наприкінці кожного етапу необхідно скласти слово з літер, що вибрали, а з слів скласти вислів, не забувши слова підказки. Той хто складе правильний вислів, вийде з лабіринту.

I етап. Означення і правила.

1. Закінчить речення «Многочленом називається...»

е) буквені і числові вирази;

к) змінні і числа;

в) сума одночленів;

т) сума степенів.

2. Закінчить речення «Біномон називається многочлен, що складається з ... »

- б) одночленів;
д) з трьох одночленів;
и) двох одночленів;
о) чотирьох одночленів.
3. Назвіть степінь многочлена $3x^4 - 5x + 7x^2 - 8x^5 + 3$:
к) 8; б) 4; о) 6; в) 5.
4. Закінчіть речення « Степенем називається добуток кількох рівних... »
о) доданків; н) чисел;
ч) множників; ш) змінних.
5. Подайте многочлен $10x^2 + x^7 + 9x - 7 + 3x^4$ у стандартному вигляді :
б) $10x^2 + 9x + x^7 - 7 + 3x^4$;
д) $-7 + 10x^2 + 9x + x^7 + 3x^4$;
е) $x^7 + 3x^4 + 10x^2 + 9x - 7$;
а) $3x^4 + 10x^2 + x^7 + 9x - 7$.
6. Щоб перемножити два степеня з однаковою основою треба:
о) показники перемножити;
н) основу залишити той же, а показники додати;
г) перемножити основи;
д) перемножити і показники і основи.
7. Членами многочлена називають:
н) одночлени, з яких складається многочлен; б) числа;
в) частку числа і змінної
а) змінні;
8. Закінчіть речення «Подібними членами многочлена називають ...»
а) його члени, що мають однакові коефіцієнти;
я) його члени, що мають однакову буквену частину;
б) його члени, що мають однакові степені;
в) будь-які його члени.

II етап. Дії зі степенями. Одночлени.

1. Представте у вигляді степеня з основою більшою за 1 вираз $-25 \cdot 125$.
а) $(-5)^5$; т) представити не можливо;
м) -5^5 ; б) 5^5 .
2. Представте число 0,0009 у вигляді куба або квадрата.
а) $0,03^2$; б) $0,3^2$;
в) $0,03^3$; г) інше представлення.
3. При якому натуральному m правильна рівність $a^{16} \cdot a^2 \cdot a^m = a^{32}$?
а) 0; т) 14;
б) 3; р) ні при якому.
4. При якому натуральному n правильна рівність $b^n : b^5 : b^8 = b^{13}$?
а) 25; е) інша відповідь;
г) 17; ч) 28.
5. Знайдіть значення виразу $81x^5c^0$ при $x = \frac{1}{3}$, $c = 7$.

- а) $\frac{7}{3}$; м) $\frac{1}{3}$; б) 3; р) 7.
6. Обчислити: $\frac{12^8}{27^2 \cdot 2^{15}}$.
а) 18; б) 4,5; р) 16; о) інша відповідь.
7. Відомо, що $2b^2c=5$, $(a^2b)^2=2$. Знайдіть значення виразу $(-2a^2b^2c)^3 \cdot (3ab^2)^2$
п) 1260; л) 1245; т) -4500; у) 2500.
8. У виразі $* \cdot 8a^2b^2 = -4a^8b^9$ замініть зірочку який треба поставити одночлен, щоб утворилась правильна рівність:
и) $-0,5a^6b^7$; р) $2a^4b^7$; д) $-4a^6b^7$; е) $-2a^6b^7$.
9. Спростіть вираз $\frac{4^{15} : x^{5 \cdot 2}}{x^6 \cdot x^{10}}$.
а) x^{24} ; д) x^{16} ;
и) x^5 ; к) x^4 .
10. Представте у вигляді степеня з основою $-ab^2$ вираз $-a^5b^{10}$.
в) $(ab^2)^5$ д) представити не можливо;
и) $(-ab^2)^5$ м) інша відповідь.

III етап. Додавання та віднімання многочленів

1. Додайте многочлени і подайте відповідь у стандартному вигляді
 $(b^2 - b - 7) - (b^2 + b + 8)$.
в) $2b^2 + 2b + 15$; н) $-2b - 15$;
р) 15; л) $2b^2 - 15$.
2. Перетворіть на многочлен стандартного вигляду $18x^2 - (10x - 5 + 18x^2)$.
н) $36x^2 - 10x - 5$; т) $36x^2 + 5$;
а) $-10x + 5$; ч) $10x - 5$.
3. Спростіть: $(xy + x^2 + y^2) - (x^2 + y^2 - 2xy) - xy$.
б) $2xy$; т) $4xy + x^2 + y^2$;
о) $2x^2 + 2y^2$; ч) 0.
4. Обчисліть значення виразу $5x - (3xy - 7x) + (5xy - 12x)$, якщо $x = -5$, $y = 0,1$.
н) 25; т) 0,01;
л) -1; а) -0,5
5. Знайдіть многочлен, підставивши який замість z у подану рівність, дістанемо тотожність: $a^2 + 4a^4 + 5a^6 - z = a^2 + 2a^3 + 6a^4 + 5a^6$.
н) $z = -4a^2 + 8a^4$; в) $z = 1 - a$; и) $z = -2a^3 - 2a^4$; е) $z = 6$.
6. Подайте у вигляді многочлена число $xyz - zxy$:
а) $-9x + 9y - 90z$; д) $99x + 90y - 9z$; ж) $90x + 9y - 99z$; к) $90x - 9y - 99z$.

7. Спростіть вираз : $1-k-(k^2-(k^3-k^4-(1-k+k^2+k^3-k^4)))$.

а) $-2k^2$; б) $1-k$; р) $2k^2$; г) 0 .

8. Учні запропонували завдання: «Знайди значення виразу $(7a^3 - 6a^2b + 5ab^2) + (5a^3 + 7a^2b + 3ab^2) - (10a^3 + a^2b + 8ab^2)$, якщо $a = -6, b = 0,342$ ».

Учень, подумавши, сказав, що в умові є зайві дані. Чи це дійсно так?

- н) Ні, відповідь $2a^3 + 2ab^2 + 16ab^2$;
о) так, відповідь $2a^3 + 2ab^2$;
т) ні, відповідь $2ab^2 + 16ab^2$;
є) так, відповідь $2a^3$, зайве дане $b = 0,342$.

IV. Розв'язування рівнянь.

1. Розв'яжіть рівняння $(7x-9) + (2x-8) = 1$.

- а) 1; б) 2;
в) -2; г) 6.

2. Розв'яжіть рівняння $(12x+5) - (3x-7) = 3$.

- б) 1; л) 7;
м) 6; о) -1.

3. Розв'яжіть рівняння $3x + 5(3x+7) = -1$.

- б) 5; г) -2.
а) -1; п) 0,5.

4. Розв'яжіть рівняння $x^{14} : (x^8 \cdot x^4) = 49$.

- а) 7; д) 0; б) розв'язків не має; і) -7 і 7.

5. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{2x-3}{3} + \frac{7x-13}{6} + \frac{5-2x}{2} = x - 1.$$

- і) 1; т) -2; ф) 0; в) 2.

Підсумок уроку.

Наприкінці уроку визначаємо, яка група вийшла з лабіринту, визначаємо хто з команд склав вислів Платона «Вивчення математики наближає до безсмертних богів», і на які бали вона заслуговує. Колективно з класом визначаємо найактивніших членів групи і визначаємо, які бали вони можуть отримати.

Домашнє завдання.

1. Повторіть зміст понять «одночлен», «многочлен», «члени многочлена», «розподільна властивість множення».
2. Яке з названих понять можна використати, щоб записати вирази, тотожно рівні виразам : $a(b+c)$, $a(b-c)$, $a(b+c+d)$.
3. Використовуючи слова «одночлен», «добутки», «многочлен», «члени многочлена», «сума», прочитайте тотожність, що утворилась.

4. Розв'язати вправи на стор. 19. № 90, 92, 89 (Мерзляк А.Г. «Алгебра. Збірник задач і завдань для тематичного оцінювання»).

ПОЗАКЛАСНИЙ ЗАХІД ДЛЯ УЧНІВ 6 – 8 КЛАСУ

*з досвіду роботи вчителя математики
Новгородської ЗОШ І-ІІІ ст.
Дудки І.С.*

Математичний каламбур.

Мета:

- зацікавити учнів математикою;
- розвивати пізнавальний інтерес, творчу активність, допитливість, кмітливість, логічне та оперативне мислення учнів;
- виховувати почуття відповідальності за результати колективної діяльності, культуру поведінки, повагу до суперника.

Обладнання: 2 комплекти цифр від 0 до 4; циферблат годинника; листи паперу та фломастери; картки з ребусами та шифрованими словами (по 2); 2 книжки з математики.

Висловлювання:

1. Математика – цариця всіх наук. Її улюблениця – істина, її вбрання – простота і ясність. Палац цієї володарки оточено тернистими заростями, і, щоб досягти його, кожному доводиться пробиватися крізь хащі...
2. Проникаючи в зоряні далі, в таємниці земної кори, математика всіх закликає: «Ти міркуй, фантазуй і твори»
3. Ніякої достовірності нема в науках там, де не можна застосувати хоча б одну з математичних наук, і в тому, що не має зв'язку з математикою.

Ян Снядецький

Леонардо да Вінчі

Ведучий 1. Добрий день, дорогі гості!

Ведучий 2 Добрий день, шановні уболівальники!

Ведучий 1 Ми раді вітати вас у нашій школі!

Ведучий 2 Наук у нас різних

Вивчають багато.

Яку ж з них ми будемо

Нині вітати?

Ведучий 1 Тобі, математико,

Наші вітання,

Це ж ти нас зібрала

Усіх на змагання.

Ведучий 2 Сучасну і давню

Науку чудову

Сьогодні у дії
Побачимо знову.
Ведучій 1 Чекають тут різні
На вас запитання,
І хитрі задачі,
Й цікаві завдання.

Ведучій 2 Сьогодні ви будете свідками найцікавішої боротьби юних математиків, які входять до складу команд «Плюс» і «Вектор»

Ведучій 1 Змагатися будуть учні 6 – 8 класу, а підтримають їх друзі старшокласники.

Ведучій 2 Дозвольте також представити всім вельмишановне журі яке визначить команду – переможців.

Ведучій 1 Ми всі сподіваємося, що наша зустріч буде пізнавальною, повчальною, цікавою. Що всі ми виявимо максимум кмітливості, сміливості, веселості та організованості.

Учасникам команд та їх уболівальникам хочемо побажати:

Ведучі разом «Ні пуху, ні пера»!

Учениця

Вірш математика

Ти визнана давно главою всіх наук –
Потрібна нам ти скрізь, завжди і всюди.
Без математики ми нині, як без рук.
З тобою з казки дійсність творять люди.
Освоївши тебе – рвемося у політ.
Створили вже розумні ми машини,
Штурмуємо космічний світ
І різних фіксів визнаєм причини.
З тобою ми невпинно ростемо,
З тобою – підкоряємо природу.
Твої досягнення ми віддамо
На благо рідного народу.

Ведучій 2 Запрошуємо команди для участі у I конкурсі **«Привітання»**, який оцінюється за 5 бальною шкалою.

Ведучій 1 А розпочне цей конкурс команда «Плюс»

Привітання команди «Плюс».

1 учень. Вітає вас команда «Плюс»

2 учень. Наша анкета:

Стать: мішаний добуток дівочої наполегливості та юнацької допитливості.

Освіта: неповна середня

Професія: юні любителі серйозного гумору.

Посада: майбутні академіки різних наук.

Призначення: опанувати основи наук.

Характер: нетерплячий до нудьги, неробства, марної трати сил і часу.

Мета: піти туди, невідомо куди, дізнатися про те, чого ніхто не знає.

Хобі: розв'язувати проблеми, які ще не розв'язали математики.

Наш девіз: «Промінь науки до знань нас кличе».

3 учень (До суддів) Повага вам, судді! Вам шана, журі!

Та тільки суворо ви нас не судіть.

Смійтеся з того, що викличе сміх,

Сміятися голосно й суддям не гріх!

4 учень (суперникам). Останні чи перші, які б не були, назавжди залишимося друзями ми.

5 учень (уболівальникам). Ми хочемо дуже сподобатись вам і віримо – ви допоможете нам!

Привітання команди «Вектор».

1 учень Наш девіз!

Всі разом: Ми помножимо, скільки зможемо,

Відстаючим допоможемо,

І поділимо на всіх,

Щоб прийшов до нас успіх!

2 учень. (суперникам) Противник сьогодні серйозний у нас,

Це славні «Плюси»!

Вітаємо вас!

3 учень. Від душі прийміть вітання і найкращі побажання. Будем всім ми вам бажати чемпіонами стати.

4 учень. (уболівальникам). Уболівальникам нашим ми раді,

Ми хочемо дати їм пораду:

Якщо будуть «голи» нам забивати,

Навчіться до суддів щедро моргати!

5 учень (до журі). О, розумне і добре журі!

Готувались до конкурсу ми, як могли.

На наші промахи уваги не звертайте,

Лише нам бали трішки добавляйте.

Ведучий 1 Давайте підтримаємо наших учасників бурхливими оплесками.

Ведучий 2 Закінчився I конкурс. Ми запрошуємо учасників обох команд до залу для участі в наступному конкурсі.

Ведучий 1 Просимо журі оголосити підсумки I конкурсу.

(журі оголошує підсумки)

Ведучий 2 Оголошується конкурс **«Математичні естафети»**.

Вчитель.

1 естафета називається **«геометричні фігури»**. Ви повинні по черзі називати геометричні фігури, кожна названа командою фігура оцінюється в 1 бал. Розпочинає цю естафету команда «Вектор»

2 естафета має назву **«побудуй число»**. Кожному з учасників роздаються цифри від 0 до 4. Називається число з п'яти цифр, а ви повинні «побудувати» його. Яка команда зробить це швидше, та й отримає 1 бал.

Числа: 30124, 43120, 24013, 14203, 20341

3 естафета «весела лічба». Учасники обох команд по черзі повинні лічити до 50 так, щоб учні, яким випадає говорити число, яке кратне 3 або містить цифру 3, казали «не знаю». Хто помилився або довго розмірковує, вибуває. Виграє і отримує 5 балів та команда, чийх учасників буде більше на кінець естафети.

Ведучій 1 Поки журі підраховує набрані командами бали, учениці 11 класу (Губаренко С., Стоцька М.) виконають пісню із загадковою назвою «Математичний сон»

(під музику Алсу «Зимний сон»)

Пісня «Математичний сон».

<i>Ромбы мы рисуем все чаще,</i>	<i>Нету нам и ночью покоя,</i>
<i>Пишем интегралы в тетрадь,</i>	<i>Будем треугольник чертить,</i>
<i>Ведь в конце цветущего мая,</i>	<i>Если Пифагор не поможет,</i>
<i>Будем мы экзамен сдавать.</i>	<i>Будем теоремы учить</i>

*Пусть будут тонкими тетради,
В них будем чисто мы писать,
А потом научат синусы искать, искать, искать.
Я даже вспомню теоремы, смогу ли я их доказать...
Но только главное квадрат нарисовать.
Синус, милый единственный,
Где ты, тангенс таинственный? $A - a - a$
В голове – е
Знаю где мне найти тебя,
Дайте табличку лишь Брадиса
 $A - a - a - a - a$*

<i>Окружность заманила нас в пропасть, Будем по спирали идти, Только б не наткнуться на угол Через радианы и Пи.</i>	<i>Пусть завидует медиана, Катет мы в квадрат возведем, Если ничего не случится, В разные углы разведем</i>
--	---

Ведучій 2 Шановні члени журі! Просимо вас оголосити підсумки другого конкурсу.

Ведучій 1 Наступний конкурс **«Гонка за лідером»**. І розпочне це змагання команда «Плюс». Бажаємо успіху!

Вчитель. Кожній команді будуть задаватися по 10 запитань, на які ви повинні правильно і швидко відповісти, чим більше правильних відповідей, тим більше балів ви зможете набрати.

Запитання для 1 команди:

- Слово грецького походження, буквально означає «поперечник»:
А. Радіус; С. Точка;
В. Діаметр; Д. Прямокутник. (В. Діаметр)
- Як називається $\frac{1}{24}$ частина доби?

- А. Година; С. День;
 В. Хвилина; Д. Секунда. (А. Година)
3. Яким інструментом вимірюють величину кута?
 А. Лінійка; С. Транспортир;
 В. Лекало; Д. Циркуль. (С. Транспортир)
4. Чому дорівнює тринадцять у квадраті:
 А. 26; С. 196;
 В. 169; Д. 189. (В. 169)
5. Як називається частина прямої, обмежена з однієї сторони?
 А. Відрізок; С. Промінь;
 В. Пряма; Д. Точка. (С. Промінь)
6. Яке слово в перекладі означає «м'яч»?
 А. Коло; С. Сфера;
 В. Круг; Д. Куля. (С. Сфера)
7. Пара коней пробігла 20 км. Скільки кілометрів пробіг кожен кінь? (20 км)
8. Опівночі шов дощ. Чи можна чикати сонячну погоду через 2 доби?
 (ні, буде ніч)
9. Чому дорівнює 1% від метра? (1 сантиметр)
10. $2^2=4$, $3^2=9$. А чому дорівнює кут у квадраті? (90 градусів)

Запитання для II команди:

1. Слово латинського походження, у перекладі означає «шнур».
 А. Пряма; С. Многокутник;
 В. Ламана; Д. Лінія. (Д. Лінія)
2. Скільки діагоналей має квадрат?
 А. Одна; С. Чотири;
 В. Дві; Д. Жодної. (В. Дві)
3. Які числа в минулому вважали абсурдними, фіктивними?
 А. Додатні; С. Від'ємні;
 В. Дробові; Д. Більші за мільйон. (С. Від'ємні)
4. Звідки до нас прийшли знаки «+» та «-»?
 А. Арабський схід С. Україна
 В. Греція Д. Росія (А. Арабський схід)
5. Ця геометрична фігура була дуже популярна серед англійських джентльменів?
 А. Конус; С. Куб;
 В. Циліндр; Д. Призма. (В. Циліндр)
6. Качка, стоячі на одній нозі, важить 2 кг. Скільки вона важить, якщо стане на обидві ноги? (2 кг)
7. Чому дорівнює 50% від 1 гривні? (50 копійок)
8. Як називаються числа які діляться на 2? (парними)
9. На озері ростуть лілії. Кожний день їх число подвоюється, а на 20 день заросло все озеро. На який день заросла половина озера? (На 19 день)
10. На двох руках 10 пальців. Скільки пальців на десяти руках? (50)

Ведучій 1 Надаємо слово журі для підбиття підсумків конкурсу «Гонка за лідером».

Ведучій 2 Шановні гості та вболівальники до нас завітав відомий маг та фокусник Девід Копперфільд, привітаємо його.

Фокусник Добрий день, у вас сьогодні математичний день, ну тоді і мої фокуси будуть стосуватися лише математики. Мені необхідно 2 добровольці.

1. «Дивні години». Подивіться, будь-ласка, на мій годинник і задумайте яку-небудь годину. Запишіть задумане число на аркуші паперу та покладіть його собі в кишеню. Готово? Тепер я буду постукувати по годиннику. Щоразу, коли постукаю, додавайте до задуманого вами числа одиницю. Коли долічите до дванадцяти, зупиніть мене. У цей момент моя указка покаже на годиннику задуману вами годину.

Пояснення: Сім раз можна постукувати указкою по циферблату, показуючи на довільні числа. Восьмим ударом треба показати на число 12, а потім з кожним ударом треба рухатися вліво проти годинникової стрілки (11, 10, 9...). Коли вам скажуть «досить», ваша указка буде показувати годину, що задумав учень.

Фокусник. Ви вмієте множити? Так!? А чи вмієте ви швидко множити на 12345679? (звертається до когось із залу)

2. «Швидке множення». Фокусник пропонує комусь із присутніх назвати двоцифрове число, кратне 9. Після цього він відразу записує результат множення названого числа на 12 345 679.

Приклад. Нехай хтось назвав число $a=59$, тоді $59 \cdot 12345679 = 666\ 666\ 666$

Пояснення: Число a можна подати як $9 \cdot v$, де v – одне з чисел від 1 до 9. Отже, $12345679 \cdot a = 12345679 \cdot 9 \cdot v = 12345679 \cdot (10 - 1) \cdot v = 11111111 \cdot v$. Тому назване число ділимо на 9 і результат записуємо підряд 9 раз.

Фокусник. А тепер назвіть будь-яке п'ятицифрове число, а я швидко помножу його на 99 999.

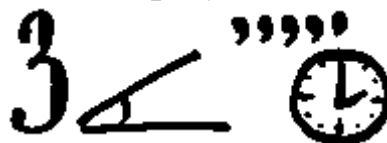
Приклад. Нехай, наприклад, було названо число 64 728. Фокусник спочатку від названого числа віднімає 1 і записує 64 727. Потім дописує до нього справа таке число, кожна цифра якого доповнює до 9 цифри записаного числа, тобто 35272. Результат множення 6472735272.

Ведучій 1 Дякуємо Девіду. А час летить безупинно, і зараз наші команди чекає конкурс **«Хто кращий»**.

Ведучій 2 Давайте підтримаємо їх оплесками! Команди до бою!

Вчитель. Цей конкурс складається з кількох завдань, а для їхнього розв'язання вам знадобляться ваші знання і насамперед кмітливість.

1 завдання. Відгадай ребус



Ведучій 1. Команди працюють, а вашій увазі пропонуємо послухати вірш «Проста арифметика» у виконанні учениці 7 класу (Бабакіної І.).

«Проста арифметика».

Викликає вчитель Люду,
Слабшу серед дітвори,
І питає: «Скільки буде:
Десять поділити на три?»
Розв'язать вона не може.
Звісно, знітилась, мовчить...
Вчитель каже: «Так на гоже!
Прості дроби треба вчить.

Хай картоплі є десяток, -
Учитель далі річ веде, -
Розділи на трьох дівчаток.
То по скільки припадає?
Люда каже: «Зайвий клопіт
І на що мені це знать?
Я зварю їм ту картоплю,
Потовчу – і хай їдять».

Вчитель. Як справилися команди з цим завданням вирішувати суддям, а тепер наші команди попрацюють з зашифрованим текстом.

2. завдання. «Шифрувальник».

Подивіться уважно на схеми. На них є слова зашифровані числами. Вам необхідно записати числа, що відповідають незашифрованим словам. Яка команда справиться із завданням швидше, та отримає 5 балів.

Нитка - 16973
Меч – 452
Тиква – 96783

Математика - ?
Вчений - ?
Кванта - ?
Катет - ?
Активний?

Ведучий 2. Ми чекаємо розшифрованих текстів від наших команд, а поки що з'ясуємо, що важче – алгебра чи геометрія? І допоможе це зробити сценка у виконанні учнів 9 класу (Остапенко А, Ломакіна А і Левченко О.). Отже, дивіться сценку «Що важче?»

Сценка «Що важче?»

(виходять два учні.)

- Як ти вважаєш, що важче – алгебра чи геометрія?
- Я думаю (дістає підручник, зважує), що геометрія.
- А на мій погляд, геометрія!
- А давай перевіримо?

(б'є другого по голові підручником з геометрії).

- Ти що робиш?
- Як що? Експеримент проводжу. Це була геометрія. А тепер спробуємо алгебру.

(б'є підручником з алгебри)

Ну, то що важче?

- Алгебра...
- От бачиш!

(бабуся звертається до онука – другого учня)

- Ох, онучку, чого ти такий сумний? Може захворів?
- Та ні ... просто від алгебри голова розколюється...
- Ох ти, сердешний... Та невже в школі нічого легшого від алгебри не має?

Є і легше... Геометрія, наприклад.

Вчитель. Звичайно, питання про те, що легше – алгебра чи геометрія, - кожний вирішує для себе сам і, сподіваємося, не такими методами, як у цій жартівливій сценці, а ми переходимо до наступного завдання в конкурсі «Хто кращий»

3 завдання. В цьому конкурсі команди будуть працювати без капітанів, а капітани окремо будуть захищати честь своїх команд. Отже, завдання для команд. Вам, напевно, часто на уроках з математики алгебри та геометрії доводилося малювати різні фігури, графіки та інше. Ви здогадалися про наступне завдання? За допомогою математичних цифр та геометричних фігур намалювати домашніх тварин.

А зараз нас чекає конкурс капітанів. За кожне правильно виконане завдання ви отримаєте по 1 балу.

1) Капітани отримують розгорнуті книжки і за 1 хв. вам потрібно ознайомитися з тим, що написано на сторінках розгорнутих книжок. Через 1 хвилину книжки закриваються, і ви, капітани повинні будете відповісти на те запитання яке я вам задам.

Запитання: На якій сторінці була відкрита книжка?

2). Перед вами алеї парку. Пройдіть кожною, але так, щоб жодною з них не проходити двічі.



3). Дайте відповіді на запитання:

➤ Одне яйце вариться 6 хв. Скільки хвилин варяться 5 яєць?

➤ До міста їде мотоцикліст, а йому на зустріч – 2 легкових, 3 вантажних автомобілі та 1 велосипедист. Скільки автомобілів їде до міста?

➤ Два хлопчика зустрілися у вагоні потягу.

- Я завжди їду в п'ятому вагоні від хвоста потягу, - сказав перший.
- А я – у тому від голови, - заявив другий.
- Скільки вагонів було в потязі? (9 вагонів)

Вчитель. Дякуємо нашим відважним капітанам. Журі вже підрахувало скільки кожен з них заробив балів для своєї команди, а ми повертаємося до наших художників і давайте подивимося, що в них вийшло. (Малюнки демонструються вболівальникам.)

Ведучий 1. За хвилиною – хвилина

Ось і грі прийшов кінець

Що ж покаже нам рахунок:

Хто сьогодні молодець?

Ведучий 2. Дві команди добре грали,

Хоч без досвіду гравці.

Відповіді показали,

Що обидві – молодці!

Ведучий 1 Зовсім трішки залишилося до хвилюючого моменту, коли ми всі дізнаємося переможця сьогоднішнього змагання. А поки журі працює пропонуємо

вам послухати поради по навчанню від наших старшокласників, вони на протязі довгих років накопичували свій досвід на уроках з математики і з радістю поділяться з вами.

Учні зачитують математично – фізичні оптимістичні або трохи шкідливі поради.

Ведучий 1. Слово надається журі для підбиття підсумків конкурсу «Хто кращий» та оголошення результатів гри.

(журі оголошує результати гри)

Ведучий 2. Що показує рахунок,

Що команда « » сильніша,

І з наук твердим гранітом

Впоралась вона спритніше

Ведучий 1 Оплесками переможців,

Дружно будемо вітати,

Їм солодкий приз вручаємо,

Щоб було про що згадати.

Ведучий 2. Дякуємо всім присутнім за увагу, командам за цікаві змагання, журі за кропітку роботу і закінчить наш сьогоднішній вечір вірш у виконанні учня 7 класу (Стоцького О.). «В математиці країні »

Ведучий 1. До нових зустрічей.

Вірш «В математиці країні».

І сувора, й солов'їна

Математика країна.

Праця тут іде завзята,

Вмій лиш спритно рахувати.

Вмій ділити, віднімати,

Множить швидко й додавати.

Вмій кмітливо все збагнути,

Першим в відповіді бути!

Ледарів у нас немає,

Хто руки не підіймає?

Вирушаймо в путь –

Нас цікаві цифри ждуть.

Цифри можна прочитати

І про все на світі знати:

Скільки коксу домнам треба

Й про політ космічний в небо,

Скільки зір дрібних, як просо,

І веснянок є на носі.

Все умій ти пов'язати,

Про складне й просте сказати.

Наш девіз – все гарно знати,

Вміти добре й рахувати.

Виростаймо ж – і у путь.

Хай знання із нами йдуть.

Ну а потім, в результаті,

Все, як слід, підсумувати.

Й розділити на усіх,

І багатство, й щедрий сміх.

Доведення нерівностей

Основні методи та ідеї при доведенні нерівностей

1. Використання означення $A \geq B$ тоді і тільки тоді, коли $A - B \geq 0$.
2. Використання властивостей нерівності та класичні нерівності.
3. Метод посилення.
Довести: $A > B$.
Нехай $A > B_1, B_1 > B_2, B_2 > B \Rightarrow A > B$.
4. Доведення більш загальної нерівності (дуже часто з числами)
5. Використання математичної індукції.
6. Доведення від супротивного.
7. Використання властивостей квадратного тричлена.
8. Використання геометричних міркувань, в тому числі координат і векторів.
9. Заміна змінних.
10. Використання властивостей функції, зокрема дослідження функції за допомогою похідної.

№1

Довести, що при $x > 0, y > 0$ $x^5 + y^5 \geq x^4 y + x y^4$.

$$\begin{aligned} A - B &= x^5 + y^5 - x^4 y - x y^4 = x^4(x - y) + y^4(y - x) = (x - y)(x^4 - y^4) = (x - y)(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = \\ &= (x - y)(x - y)(x + y)(x^2 + y^2) = (x - y)^2(x + y)(x^2 + y^2) \geq 0 \end{aligned}$$

№2

Довести: $\frac{a^4 + a^2 b^2 + b^4}{3} \geq \frac{a^3 b + a b^3}{2}$.

$$\begin{aligned}
A - B &= \frac{a^4 + a^2b^2 + b^4}{3} - \frac{a^3b + ab^3}{2} = \frac{1}{6}(2a^4 + 2a^2b^2 + 2b^4 - 3a^3b - 3ab^3) = \\
&= \frac{1}{6}((a^4 + 2a^2b^2 + b^4) + (a^4 - a^3b) + (b^4 - ab^3) + (-2a^3b - 2ab^3)) = \\
&= \frac{1}{6}((a^2 + b^2)^2 + a^3(a - b) + b^3(b - a) - 2ab(a^2 + b^2)) = \\
&= \frac{1}{6}((a^2 + b^2)^2 - 2ab(a^2 + b^2) + (a - b)(a^3 - b^3)) = \\
&= \frac{1}{6}((a^2 + b^2)(a^2 + b^2 - 2ab) + (a - b)(a^2 + ab + b^2)) = \\
&= \frac{1}{6}((a^2 + b^2)(a - b)^2 + (a - b)^2(a^2 + ab + b^2)) \geq 0
\end{aligned}$$

Неповний квадрат суми або різниці завжди додатний.

$$a^2 + ab + b^2 > 0$$

2. Класичні нерівності

$$1. a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac$$

Знак = тоді, коли $a=b=c$.

$$2. \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}, a \geq 0, b \geq 0$$

$$a, b, c, d \geq 0$$

$$3. \frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd} \quad (\text{Нерівність Коші})$$

$$4. a + \frac{1}{a} \geq 2, a > 0$$

$$5. a + \frac{1}{a} \leq -2, a < 0$$

№3

Довести нерівність Коші

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

+

$$\frac{c+d}{2} \geq \sqrt{cd}$$

$$\frac{a+b+c+d}{2} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$$

Поділимо на 2. $\frac{a+b+c+d}{4} \geq \frac{\sqrt{ab} + \sqrt{cd}}{2} \geq \sqrt{\sqrt{ab} \cdot \sqrt{cd}} = \sqrt[4]{abcd}$

№4

Якщо $a + b + c = 1$, $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, то $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9$

Доведення:

$$\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}{3} \geq \sqrt[3]{\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}} \cdot \frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}, a+b+c=1, \text{ тоому } \frac{1}{3} \geq \sqrt[3]{abc}.$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \geq \sqrt[3]{abc}, 1 \geq 3 \sqrt[3]{abc} \quad (2)$$

Перемножимо (1) і (2) нерівності:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9 \sqrt[3]{\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}} \cdot \sqrt[3]{abc}.$$

$$\text{Звідси, } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9.$$

№5

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc, \text{ то } a = b = c.$$

$$\text{Як відомо } a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc.$$

Помножимо на 2.

$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2ab + 2ac + 2bc.$$

$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc = a^2 - 2ab + b^2 + a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bc + c^2 = \\ = (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 = 0$$

При $a=b$, $a=c$, $b=c$. Отже, $a=b=c$.

$$\text{№6} \begin{cases} x^2 - yz = a, \\ y^2 - xz = b, \\ z^2 - xy = c \end{cases}$$

Доведіть, що система не має розв'язку, якщо $a+b+c < 0$.

Доводимо від супротивного.

$$x^2 - yz + y^2 - xz + z^2 - xy = a + b + c.$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = a + b + c + yz + xz + xy; \text{ і } a + b + c < 0, \text{ тому}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq yz + xz + xy, \text{ а ми знаємо, що } x^2 + y^2 + z^2 \geq yz + xz + xy.$$

Прийшли до суперечності, отже система не має розв'язку при $a+b+c < 0$.

№7

$$\text{Довести: } \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{3a}{b} + \frac{4}{b^2}} > \frac{ab+3}{2}, \text{ якщо } a>0, b>0.$$

$$\text{Аналіз: } \frac{ab+3}{2b} = \frac{ab+4-1}{2b} = \frac{a}{2} + \frac{2}{b} - \frac{1}{2b}.$$

Метод підсилення:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{3a}{b} + \frac{4}{b^2}} &= \sqrt{\left(\frac{a}{2} + \frac{2}{b} - \frac{2a}{b} + \frac{3a}{b}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{a}{2} + \frac{2}{b} - \frac{2a}{b} + \frac{3a}{b}\right)^2} > \sqrt{\left(\frac{a}{2} + \frac{2}{b} - \frac{2a}{b}\right)^2} = \frac{a}{2} + \frac{2}{b} > \frac{a}{2} + \frac{2}{b} - \frac{1}{2b}; \end{aligned}$$

№8

$$\text{Довести: } 1999^{2001} \cdot 2001^{1999} < 2000^{2 \cdot 2000}.$$

4ий метод.

$$n = 2000, 1999 = n-1, 2001 = n+1.$$

$$(n-1)^{n+1} \cdot (n+1)^{n-1} < n^{2n}$$

$$n^{2n} = (n^2)^n > (n^2 - 1)^n = (n-1)^n \cdot (n+1)^n = \frac{(n-1)^{n+1} \cdot (n+1)^{n-1} \cdot (n+1)}{(n-1)} =$$

$$(n-1)^{n+1} \cdot (n+1)^{n-1} \cdot \frac{n+1}{n-1} > (n-1)^{n+1} \cdot (n+1)^{n-1}, \text{ бо } \frac{n+1}{n-1} > 1,$$

Отже $n^{2n} > (n-1)^{n+1} \cdot (n+1)^{n-1}$ для $n > 2$.

Звідси, при $n=2000$ одержимо потрібну нерівність.

5ий метод.

№9

Довести $2^n > n$ при $n > 4$.

$$1) n=5, 2^5 > 5^2, 32 > 25$$

$$2) \text{ Нехай при } n=k \quad 2^k > k^2, \text{ тобто } 2^k - k^2 > 0$$

3) Доведемо, що при $n=k+1$ $2^{k+1} > (k+1)^2$.

$$2^{k+1} - (k+1)^2 = 2^k \cdot 2 - (k+1)^2 = 2 \cdot (2^k - k^2) + 2k^2 - (k+1)^2 = 2(2^k - k^2) + k^2 - 2k - 1 = \\ = 2 \cdot (2^k - k^2) + k(k-2) - 1 > 0, \text{ тобто } 2^{k+1} > (k+1)^2, k = 5, 6, 7, \dots$$

№10

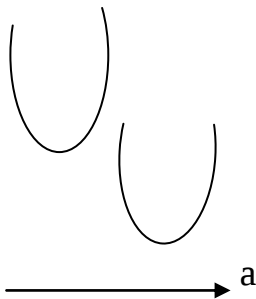
Довести: $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$.

$$a^2 + b^2 + 1 - ab - a - b \geq 0?$$

Розглянемо квадратичну функцію $f(a) = a^2 - a(b+1) + b^2 - b + 1$.

$$D = (b+1)^2 - 4(b^2 - b + 1) = b^2 + 2b + 1 - 4b^2 + 4b - 4 = -3b^2 + 6b - 3 =$$

$$= -3(b^2 - 2b + 1) = -3(b-1)^2 \leq 0.$$



Отже, $f(a) \geq 0$ завжди.

8ий метод (якщо є сума квадратів)

№11

Для довільних значень x і y знайти найменше значення виразу

$$\sqrt{x^2 + 1 - y^2} + \sqrt{y^2 + 1 - x^2} = M$$

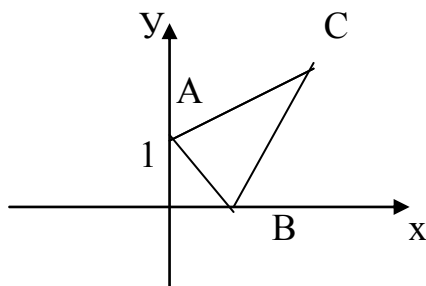
Оцінимо вираз M . Якщо найбільше і найменше значення виразу знаходимо за допомогою оцінки нестрогими нерівностями, то потрібно перевірити, що знак «дорівнює» досягається.

$$\sqrt{x^2 - 0^2 + 1 - 1^2} + \sqrt{y^2 - 0^2 + 1 - 1^2} = M$$

$$\sqrt{x^2 - 0^2 + 1 - 1^2} = AC; \sqrt{y^2 - 0^2 + 1 - 1^2} = BC; A(0;1), C(x;y), B(1;0).$$

Розглянемо на координатній площині точки $A(0;1)$, $C(x;y)$, $B(1;0)$. Як знаємо з

геометрії $AC+BC \geq AB$.



Найменша відстань $AC+BC$, якщо C лежить на відрізку AB . В цьому випадку $AC+BC=AB$, а в інших випадках $AC+BC>AB$, отже найменше значення

цього виразу дорівнює $AB = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$.

Знак рівності досягається.

9ий метод

№12

Довести: $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$, якщо $a, b, c > 0$.

Доведення:

$b + c = x$; $a + c = y$; $a + b = z$; $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$.

Почленно додаємо: $2a + 2b + 2c = x + y + z$.

$$a + b + c = \frac{x + y + z}{2};$$

$$a = \frac{x + y + z}{2} - x = \frac{y + z - x}{2};$$

$$b = \frac{x + y + z}{2} - z = \frac{x + z - y}{2};$$

$$c = \frac{x + y + z}{2} - x = \frac{x + y - z}{2}.$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\frac{y+z-x}{2}}{x} + \frac{\frac{x+z-y}{2}}{y} + \frac{\frac{x+y-z}{2}}{z} = \frac{y+z-x}{2x} + \frac{x+z-y}{2y} + \frac{x+y-z}{2z} = \\ &= \frac{y}{2x} + \frac{z}{2x} - \frac{1}{2} + \frac{x}{2y} + \frac{z}{2y} - \frac{1}{2} + \frac{x}{2z} + \frac{y}{2z} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{x}{y} + \frac{z}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{z} - 3 \right); \end{aligned}$$

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2\sqrt{\frac{y}{x} \cdot \frac{x}{y}} = 2; \quad \frac{z}{x} + \frac{x}{z} \geq 2; \quad \frac{z}{y} + \frac{y}{z} \geq 2,$$

$$\text{отже, } A \geq \frac{1}{2}(2+2+2-3) = \frac{3}{2}; \quad A \geq \frac{3}{2}.$$

10ий метод. Використання похідної

$$\alpha(x) > \beta(x)$$

Розглянемо функцію $f(x) = \alpha(x) - \beta(x)$.

Дослідимо за допомогою похідної

$$f(x) \geq 0, x \geq 0, f(x) > f(0)$$

№13

Довести, що

$$\frac{1}{b}(b-a) \leq \ln \frac{b}{a} \leq \frac{1}{a}(b-a), \text{ де } b > 0, a > 0.$$

Доведення

Оскільки дві змінні a і b , дослідити не можна, отже зведемо до однієї змінної.

$$1 - \frac{a}{b} \leq \ln \frac{b}{a} \leq \frac{b}{a} - 1, \quad \text{Нехай } \frac{b}{a} = x, x > 0.$$

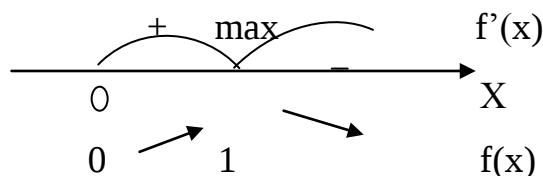
$$1 - \frac{1}{x} \leq \ln x \leq x - 1.$$

1) Потрібно спочатку довести, що $1 - \frac{1}{x} \leq \ln x$.

Розглянемо функцію $f(x) = 1 - \frac{1}{x} - \ln x, x > 0$.

$$f'(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} = \frac{1-x}{x^2}$$

$$f'(x) = 0, \text{ коли } x=1.$$



Єдиний максимум, отже найбільше значення функції, в точці 1 при $x > 0$.

$f(x) = 1 - 1 - \ln 1 = 0$, тобто $f(x) \leq f(1) = 0$, тоді

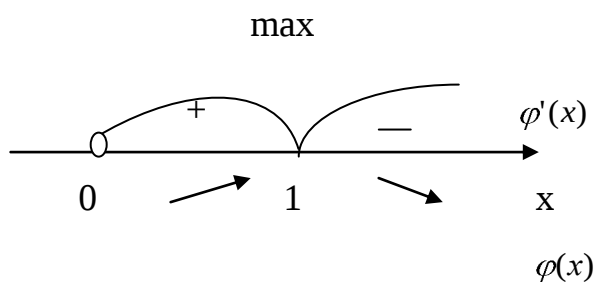
$$1 - \frac{1}{x} - \ln x \leq 0, \text{ тобто } 1 - \frac{1}{x} \leq \ln x.$$

2) Доведемо, що $\ln x \leq x - 1$.

Аналогічно, $\varphi(x) = \ln x - x + 1$;

$$\varphi'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$$

$$\varphi'(x) = 0, x=1.$$



Оскільки функція має єдиний максимум, то $\varphi(x) \leq \varphi(1)=0$.

$$\varphi(x) = \ln x - x + 1 \leq 0, \text{ отже}$$

$$\ln x \leq x - 1.$$

При доведенні нерівностей використовують інколи штучні засоби.

Наприклад

$$A = \frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \dots + \frac{1}{2000} > \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2000} > \frac{1}{2000}$$

$$A > \frac{1}{2000} \cdot 1000$$

$$A > \frac{1}{2}$$

1 метод – 50%

2 метод – 30%

3 – 10 метод – 20%

$$\frac{1}{1001} > \frac{1}{2000}$$

$$\frac{1}{1002} > \frac{1}{2000}$$

+.....

$$\frac{1}{1999} > \frac{1}{2000}$$



Наша адреса:

Сумська обл., м. Тростянець,
вул. Червоноармійська, 53/в,
тел.: 5-19-02, 5-18-82, 5-16-91,
факс: 054-58-5-18-82,
e-mail: viddil.osvitu@mail.ru